Gio. Boggi Sc.

Eustachio Zanotti

TRATTATO

TEORICO-PRATICO

DI

PROSPETTIVA

DI

EUSTACHIO ZANOTTI

MILANO

DALLA SOCIETÀ TIPOGRAFICA DE' CLASSICI ITALIANI

MDCCCXXV

AVVERTIMENTO

DEGLI EDITORI

Eustachio Zanotti godette lungamente la fama d'uno de' più scienziati uomini d'Italia ne' bei tempi in cui la rinomanza di Giampietro Zanotti suo padre e di Francesco Maria Zanotti suo zio congiunta con quella de' Manfredi, del Beccari, del Ghedini e di tanti altri in ogni genere di studio valentissimi aveva sparso per tutta la colta Europa il grido della dotta Bologna. Fra le imprese dalle quali ei trasse maggior lode si annovera l'aver rinnovato il famoso Gnomone, prediletta opera del gran Cassini, volgarmente conosciuto sotto il nome di Meridiana di S. Petronio. *E per questo riguardo alcuni chiarissimi letterati, de' quali sommamente rispettiamo il giudizio, ci consigliavano d'inserire nella nostra Collezione lo scritto in cui lo Zanotti medesimo rende ragione del modo da lui tenuto in quella restaurazione. Ma ne venne timore che sì fatto libro corredato di molte Tavole di soli numeri non potesse andar a grado di molti de' nostri Associati. Il perchè ci siamo per ora ristretti al solo* Trattato teorico-pratico di Prospettiva, *essendo questa l'opera ove l'ingegno dello Zanotti (per testimonio del suo illustre biografo Luigi Palcani) si è dimostrato più che altrove originale.*

Abbiamo seguita la stampa bolognese per Lelio della Volpe, 1766, in 4.° Le Tavole furono incise e rivedute colla massima diligenza ed esattezza: e l'Elogio dell'Autore venne tradotto in italiano espressamente per la nostra edizione.

ELOGIO

DI

EUSTACHIO ZANOTTI

TRADOTTO DAL LATINO

DI

LUIGI PALCANI (*)

La costumanza di scrivere le lodi dei dotti è sì antica e sì comune, anzi quotidiana, che dee far maraviglia il ritrovarsi alcuno il quale s'avvisi di biasimarla, e voglia privare di elogio gli uomini chiari per l'ingegno e per la cognizione delle utili cose. Che se coloro ai quali pesa che gli altri vengano celebrati fossero

(*) Trovasi questo Elogio fra le Vite latinamente scritte da monsig. Angelo Fabbroni (Vol. XII, pag. 241 e seg.), il quale nel dedicarlo a Teresa Spada, così si esprime, senza dirne il nome dell' autore: *tu stimulos addidisti homini in omni judicio elegantissimo ad illius* (di Eustachio Zanotti) *vitam Latine declarandam, quod ita tandem perfectum esse gaudes, ut per hoc Zanotti nomen aeternitate donatum esse putes. Neque aliter ipse sentio; qua propter satis me fecisse studio in virum amicissimum arbitrabor, si hanc ipsam vitam in hoc volumen retulero.* — Fu stampato la prima volta in Bologna nell'anno 1782, e tre anni dopo in Parma ed in Roma. Il Fantuzzi nelle *Notizie degli Scrittori bolognesi* (T. VIII, p. 268) ci somministra il Catalogo delle Opere di Eustachio Zanotti, che noi crediamo opportuno di unire al suo Elogio.

gente priva d'ogni letteratura, ovvero lontanissima da qualunque brama di lode, potrebbero senza sdegno, o almeno con più pazienza, venir sopportati. Ma poichè essi fanno professione de' medesimi studi, e non sono di animo sì rimesso e nemico d'ogni luce e d'ogni splendore, che loro faccia rifiutare la gloria, guardino, non approvando per gli altri quello che vorrebbero per sè, di non apparire dell'altrui virtù nemici e dell'altrui lode invidiosi, e, approvandolo, di non mettersi in luogo al di sotto di quello ch'essi pur bramano, e di non togliere onore a sè stessi dopo la morte. Perocchè quando costoro dicono d'essere per concedere al Galileo, al Newton, od a pochi lor pari amplissimi elogi e monumenti, non così agli altri minori ingegni, onde col divulgarsi non perda di pregio il guiderdone della virtù, primieramente si dimostrano superbi col non istimar degni delle loro lodi che que' pochissimi; di poi danno a vedere di non intendere che talvolta havvi disparità di gloria fra quegli stessi a cui si concede lo stesso grado di onore. Ond'è che niuno di noi si stima eguale al Cavalieri ed al Guglielmini per occupare la medesima scranna ch'essi tennero nel ginnasio, e per aver conseguiti quasi com'essi gli stessi onori. E però se le altre onorificenze, per quanto sieno splendide e magnifiche, prendono sempre misura dalla virtù di coloro a cui vengono compartite: quanto più non si avvera questa misura negli encomii? I quali altrimenti convengono ad uno che ad un altro, nè possono egualmente adattarsi a molti. Chè s'io dirò

degnissimo di lode un poeta, non perciò dovrassi credere immantinente ch'io voglia paragonarlo ad Omero: nè se chiamerò fortissimo un capitano, s'avrà a temere ch'io voglia metterlo in parità di valore con Cesare. Il perchè nell'accingermi a scrivere intorno ad Eustachio Zanotti, non tanto ho ascoltato le voci d'alcuni malevoli, quanto il voto di tutta la città. Se alcuno opporrammi non essere stato lo Zanotti tal uomo che sia da collocarsi fra i matematici supremi, io non vorrò negarlo: sosterrò bensì che quegli il quale tenesse indegni d'ogni gloria coloro che non arrivarono all'altezza di que' supremi, non saprà mai valutare giustamente quella loro medesima altezza: chè il lodare anche gli altri è parte di gloria per essi. Del resto noi concediamo allo Zanotti quello che deve concedergli ognuno che non sia roso dai tarli dell'ambizione o dell'invidia. Nel che, sebbene sia difficile l'andar pienamente a grado di quella spezie di gente che sempre morde sul vivo, e non conta le parole soltanto, ma le va ruminando; pure con curando tai fisicosi ci studieremo di ottenere l'approvazione di coloro che giudicano delle cose equamente: nè ci prende timore di vedere i nostri concittadini incolpati di troppa gratitudine verso lo Zanotti, per questo solo che fra gli uomini la gratitudine non è comune. Ma non è mestieri di più dilungarci su questo proposito; e vengo all'argomento.

Eustachio Zanotti fu congiunto cogli uomini più celebri del nostro tempo non solamente pel sangue, ma ancora per l'ingegno, per lo studio,

per l'importanza delle cose operate. La quale è certamente più illustre cognazione di quella della stirpe e del nome, di cui va sì altera la maggior parte degli uomini. Ebbe per padre Giovan Pietro lodatissimo poeta, e per zio quel Francesco che fu per molti anni il segretario ed il nerbo della bolognese Accademia. Egli si avvenne in una stagione nella quale Bologna fioriva più che mai in ogni genere di letteratura. Perciocchè non possiamo rammentare i Manfredi, i Ghedini, i Beccari, ed altri in gran numero, chiarissimi in questa città per ingegno e per senno, che non ci paia quasi di annoverare piuttosto i nomi delle scienze, che delle persone. Con questi vivevano ambidue gli Zanotti Giovan Pietro e Francesco nella massima intrinsichezza e senza invidia, il che appena è credibile, com'oggi sono i costumi, quando si consideri l'emulazione che fra loro doveva passare in tanta importanza di cose. Ma tutti coloro che si reputavano, ed erano veramente, dotti a quel tempo in Bologna, erano di sì fatta tempera; e questa lode di esimia innocenza apparteneva non solamente agli uomini, ma alla stagione. È difficile il dire quanto di utilità ritraesse Eustachio da quella intrinsichezza. Chè giovinetto egli non udiva parlare in casa che di cose letterarie o scientifiche, e che gli potevano giovare a farsi dotto e costumato. S'andava intanto formando l'Istituto delle Scienze, e maravigliosamente cresceva di magnificenza e di ricchezza. Il Marsigli con certa indefessa costanza corroborava quell'illustre sua fondazione, e non lasciava che alcuno

rallentasse di vigore nella bella impresa. I senatori, amici delle lettere per antica consuetudine, di nulla erano più solleciti quanto del soddisfare in tutto e per tutto al Marsigli, e del mandare innanzi l'incominciata opera. Lo stesso Pontefice, benchè da molti e gravissimi negozi distratto, pure gran parte delle sue cure e de' suoi pensieri spendeva per l'Istituto. Insomma grandissima era la rinomanza di una sì preclara impresa, e molti facevano a gara chi più dell'altro fornisse di donativi il nuovo palazzo. I professori dell'Istituto erano magnificati da tutti in tutte le raunate: nè solamente un sì grande ardore rimase tra i confini del Bolognese, ma di città in città si diffuse per tutta l'Italia ed assai presto per tutta l'Europa. Le quali cose imprimendosi nelle menti degli altri giovinetti, non potevano staccarsi da quella di Eustachio. Imperciocchè egli era presente a tutti gli affari dell'Istituto, o se qualche volta pur n'era lontano, egli poi le udiva incessantemente ripetere nella conversazione de' principali sapienti. Diedesi quindi con tutta alacrità e coraggio a quelle discipline, per lo studio delle quali vedeva gli altri essersi con somma celerità innalzati ad altissimo posto: ed essendo particolarmente ammirate le virtù di Eustachio Manfredi, a lui accostossi e se lo tolse a modello. E benchè giovinetto operò sapientemente; chè nell'essersi proposto un ottimo esemplare, fece sì che quand'anche non avesse potuto superarlo, e nè pure per avventura eguagliarlo, almeno si dovesse di lui giudicare che aveva

egregiamente adoperato nella scelta. Nè di tutti que' molti che in quel torno eransi posti sotto la guida del Manfredi, vi avea chi più risplendesse dell'Algarotti e dello Zanotti. Conciossiachè era sommamente notevole in ambidue non meno l'indole virtuosa, che l'incredibile brama di apprendere. Se non che l'uno era stimato grande per la celerità dell'ingegno, l'altro per la prudenza del giudicare: quegli bramoso d'ogni dottrina non lasciò intatta alcuna liberal disciplina; questi non sostenne quasi di deviare un sol passo dalle matematiche, alle quali erasi ristretto fin da fanciullo: di quello venivano lodate la chiarezza, l'ornamento, la festività del parlare; di questo il dire era sobrio, parco nelle parole, abbondante ne' concetti, sicchè nulla vi si potea notare di soverchio: finalmente come non si sarebbe potuto acconciamente aggiungere alcuna cosa all'Algarotti, così non potevasi se non temerariamente toglierla allo Zanotti. Queste sue rare qualità lo fecero pertanto in età di circa vent'anni nominare coadiutore del Manfredi per le cose astronomiche. Nel che si vide che alcuna fiata il corso della sapienza è più celere di quello dell'età; e che verissima è la sentenza di coloro che dicono: non avere gli ingegni, come gli alberi e come le biade, un tempo determinato per la loro produzione. Imperciocchè o desse opera alle Osservazioni, o spiegasse giovinetto l'astronomia agli altri giovinetti, nell'una cosa e nell'altra otteneva egli l'approvazione d'ognuno, ma particolarmente del Manfredi, il cui giudizio noi anteponiamo a tutte le altrui te-

stimonianze. Dalle quali occupazioni poteva egli appena pigliare alcun riposo, e già doveva sostener solo le parti d'astronomo, da che il Manfredi aveva cominciato a patire di mal di reni, e soffriva gravissimi dolori per la pietra, a cui dovette finalmente soccombere nell'anno 1739. Nè vi fu chi non lo piangesse e non ne fosse gravemente contristato: e solo, il che possiamo con verità affermare, fu questa grandissima consolazione pei Bolognesi nella disgrazia, che nello Zanotti non solamente speravano, ma in certo qual modo vedevano di già rinnovata la gloria del Manfredi. Allo Zanotti fu dato quel carico nell'Istituto, che vi aveva tenuto il Manfredi, e gli venne imposto che al pari di lui dovesse leggere astronomia nell'Università. Ed io non credo che a quel tempo vivesse altri a cui questa scienza avesse maggiormente desiderato di affidare sè stessa. Egli però conoscendo quanto fosse importante l'incarico che gli era commesso, e quanta fosse l'aspettazione di lui, si diede con ogni ardore a procacciare non solamente di conservare la fama che già avea conseguita, ma eziandio d'avverare le concepite speranze. La prima cosa ch'ei fece, fu di pubblicare per altri dodici anni le celeberrime Effemeridi del corso de' pianeti, cui il Manfredi aveva portate fino all'anno 1750: la quale fatica lo Zanotti continuò di poi per tutto il tempo della sua vita. In questi libri si vide chiaramente quanto egli avesse profittato degli insegnamenti del Manfredi. Perocchè non allontanossi mai dal metodo che questi avea praticato ne' suoi calcoli, e si attenne alle

stesse tavole astronomiche, se non in quanto gli parve che alcune altre fossero più utili e più esatte: poichè niente cercava egli con minore sollecitudine, quanto di sembrar novatore, e piuttosto lodava di quello che si curasse di seguire le tavole più recenti, nè si risolveva ad usarne prima d'essere per lunga esperienza ben certo ch'esse fossero molto emendate e corrette. A questo lavoro ne tenne dietro un altro. Chè non appena fu posto ad insegnare l'astronomia, egli si accinse a numerare e descrivere le principali stelle dello Zodiaco; sia per conoscere il proprio campo, sia per corroborare collo studio e coll'esercizio la pratica ch'egli aveva grandissima delle osservazioni celesti. Poichè certamente non ignorava egli quanti astronomi prima di lui avessero formati di tali Cataloghi; e con quanto studio e con quanta diligenza avessero notate assai più stelle nello Zodiaco di quelle che lo Zanotti osservò. Dal che si può argomentare la diligenza e la grandezza dell'animo suo. Imperocchè sapienti furono certamente coloro che primi vegliarono nell'annoverare le stelle fisse, o che molto aggiunsero alle altrui osservazioni; come quelli che incoraggiati erano a non perdonare a fatica dall'ardentissimo amore della gloria. Più sapiente lo Zanotti, a cui il dovere tenne luogo di gloria; e che quasi unicamente intento alla cognizione dell'arte sua, questa considerò come premio sufficientissimo delle sue veglie. Non però vuolsi considerare come priva di tutta lode l'opera dello Zanotti. Chè primamente n'è degno questo stesso impiegare il proprio studio

in materie difficilissime senza speranza di lode: poi lo Zanotti nel suo lavoro fece conoscere alcune cose che non erano abbastanza note fra di noi, e meritavano di esserlo: siccome fu quella che in tutte quasi le stelle avvengono tali cambiamenti di luce, per cui esse risplendono talvolta moltissimo, e tal altra pare ch'ogni lor luce vada morendo e quasi cessino di scintillare. La qual cosa era stata prima di lui osservata in poche stelle, e gli astronomi mostravano di dubitare che anche in quelle poche una tale incostanza non fosse reale. Poichè era invalsa l'opinione che niuna mutazione si desse nelle stelle da essi chiamate fisse; sicchè al vedere scemarsi la luce di taluna ne attribuivano la cagione a tutt' altro che alla stella medesima, incolpandone piuttosto l' errore degli occhi nostri, ovvero l'atmosfera che s'interpone ora grossa e spessa, ora tenue e pura. A niuna delle due opinioni si accostava lo Zanotti, e sosteneva tenacemente che gli accennati cambiamenti si vedono avvenire anche allorquando non havvi a temere d'essere ingannati dal senso della vista, o dalla diversità dell' aria. Che se alcuna volta tornerai a guardare col telescopio due stelle vicinissime l'una all' altra, vedrai ch'una è ancora esattamente la stessa, e che l' altra cangiata di forma non pare più quella di prima. E come potrebbe mai darsi sì strana natura del cielo o degli occhi, che ad una di queste stelle togliessero la luce e l'oscurassero quasi, non così facendo coll'altra? Mentre però lo Zanotti ragionava di tali cose, non tralasciava ancora di confessare

ch' egli non arrogavasi di stabilire le leggi di tali alterazioni, e che piuttosto bramava di confidarle all' altrui esame che al proprio. E in questo era congiunta la modestia colla prudenza. Perchè, tralasciando quanto immensa opera sarebbe stata quella, forse la più grande di tutta l' astronomia, non mancavano ancora altri ostacoli che potevano opporsi a' suoi sforzi. Chè non ancora il Bailly aveva insegnata la maniera colla quale si possono accuratamente e con esattezza paragonare fra di loro le grandezze delle stelle; e ciò che spetta alla loro classificazione era quasi tutto involto da densissime tenebre e cinto di molte difficoltà. Ed inoltre allo Zanotti per la natura della sua carica andavano sopravvenendo l' uno sull' altro gli impedimenti. Poichè, oltre l' Effemeridi, le quali, come già ho detto, egli compilava con gravissima fatica, alloraquando avveniva alcun ecclisse o del sole, o della luna, o de' satelliti di Giove, alloraquando appariva qualche cometa, e venendo di lontanissima parte s' intrometteva fra le orbite de' pianeti, alloraquando insomma qualche cosa di straordinario accadeva nel cielo, egli era costretto ad osservarla quasi solo. Imperocchè non poteva questa fatica delegarsi ad altri molti in una città ove pochissimi si dilettano d' astronomia, attendendo alcuni a studi da cui sperano guadagno maggiore, alcuni nè pure a questi. Lo Zanotti pubblicò il più di tali Osservazioni, le quali chiunque si faccia a leggere, non potrà in lui non ravvisare tutte le parti di praticissimo astronomo. Certamente per esse fu tenuto in

onore dal Mairan, dal la-Caille, dal Meissier e dagli altri più prestanti matematici dell'età nostra. Anzi il la-Caille viaggiando nell'Affrica per aggiungere ai cataloghi astronomici le stelle che girano intorno al polo antartico, affidò allo Zanotti l'osservazione d'alcune di quelle stelle che si possono vedere fra noi, siccome aveva fatto con altri de' più celebrati astronomi. E lo Zanotti avendo portata ogni fede e tutta la sua diligenza nell'uffizio commessogli dal la-Caille, non solamente mantenne il proprio credito, ma adempì pienamente il desiderio di quell'uomo dottissimo. Se non che l'impegno che naturalmente aveva lo Zanotti di promuovere le scienze astronomiche, era assecondato dalla fortuna, la cui forza è sempre grandissima. E ciò apparve allora principalmente che gli amministratori della chiesa di S. Petronio, mossi dai suggerimenti dell'amplissimo senatore Alamanno Isolani, gli diedero la cura di correggere e di ristabilire la famosa Meridiana costrutta dal Cassini in quel magnifico edificio. Imperocchè era grande il dispiacere di tutti che un sì illustre e singolare istromento, per mezzo del quale il Cassini aveva composte le Tavole del Sole e fatte molte altre utili cose, si fosse col volgere degli anni guastato, tra per essersi smossa la piastra forata per la quale trapassa il raggio, e per trovarsi alterata la linea sulla quale lo stesso raggio segna il mezzogiorno. Poichè avendola il Cassini formata con certi regoli di ferro seguentisi l'uno all'altro, e da ambedue le parti assicurati con pezzi di marmo fissi nel pavimento, era essa

pel quotidiano stropicciare de' piedi corrosa e viziata per modo, che alcune parti si vedevano depresse e confitte nel suolo, altre risaltavano da esso irregolarmente ed erano sconciamente incurvate. Alcun danno poteva esserle derivato eziandio (onde non darne agli uomini tutta a colpa) dai tremuoti che di quando in quando avevano fatto ondeggiare le fabbriche di Bologna con iscrepolature ne' muri e smovimento ne' palchi. Il che avendo osservato il Manfredi, niente più desiderava, quanto che venissero rimediati i guasti d' opera così eccellente. Il perchè spesse volte era stato intorno con pratiche d' ogni sorta agli amministratori del tempio, onde non lasciassero andar a male un tal monumento dell' ingegno di Cassini, e dessero opera, per quanto era da loro, che venisse ristaurato quel nobilissimo gnomone. E prometteva che se fosse loro piaciuto ei vi avrebbe impiegata ogni gran cura. Le quali cose disse replicatamente ed a molti il Manfredi; ma allora l' Isolani non era di quel consesso. Non potendo egli pertanto ristaurare il gnomone, intraprese cosa nella quale non entrava altro dispendio che di fatiche e di confronti: ciò fu il calcolarne gli errori, e pubblicare come vi si potesse supplire. Più fortunato fu lo Zanotti, il quale ebbe campo di far sì che per molti secoli (almeno secondo ciò ch'è lecito di congetturare) non abbiasi più a temer nulla per questo riguardo; avendo riparato quel famosissimo istromento con tanta diligenza, che tuttavia può reputarsi degno del Cassini, coll' aggiugnervi ancora tale solidità da farlo

più sicuro contra l'ingiuria de' tempi e degli uomini. Molte osservazioni utili alla scienza astronomica fece poi lo Zanotti coll'aiuto del gnomone medesimo. Chè non lasciò egli di occuparsi intorno all'altezza del polo, all'obbliquità dell'eclittica, alla misura dell'anno, e non trascurò qualunque opportunità gli si offrisse d'illustrare l'astronomia. Nè vide solamente quello ch'era più degno d'osservazione, di che fu da lodarsi la sua dottrina; ma nelle cose ch'ei fece trovossi d'accordo coi migliori astronomi, e principalmente collo Slop; per che si vede quanto diligente osservatore fosse lo Zanotti. E questa lode, quando pure tutte l'altre mancassero, noi avremmo per grande, anzi somma. Imperciocchè se vengono in rinomanza coloro che trapassano la vita nel rovistare pubblici e privati archivi, e mettono in luce con diligenza raccolti i monumenti anche d'un solo paese; quanto più saranno da onorare quelli che scrivono in certo modo gli annali del mondo, e non hanno altri confini della loro Istoria che le regioni del cielo? Ma lo Zanotti tentò eziandio di aggiungere alle dottrine de' matematici qualche cosa del suo. Perocchè inventò certi brevissimi e semplicissimi calcoli per determinare le posizioni e le orbite delle comete; e mostrò quanto in ciò giovasse la semplicità, avendo egli ridotto alla trigonometria e ad alcune false posizioni tutto quello che serve a calcolare il corso delle comete: onde che gli vanno di moltissima gratitudine debitori gli astronomi. Infatti quasi tutti coloro che trattano di questa materia essendo

matematici laboriosi, s'ingolfano in lunghissimi calcoli, nè ritornano al proposito che dopo avere con sottilissime arti superate mille difficoltà. Lo Zanotti volle togliere di mezzo un tale inconveniente; e vi riuscì egregiamente nelle due comete che apparvero una nell'anno 1739, l'altra nel 1748. Non vogliamo nulladimeno dissimulare che la scoperta dello Zanotti non si accomoda parimente a tutte le comete; nel che essa ha comune la sorte cogli altri ritrovamenti di questo genere. Poichè le comete errando per tutto il cielo, e sofferendo innumerabili perturbazioni, sia ch' esse vengano accelerate, sia che si ritardino, o che sembrino stazionarie, non è da pretendere che uno stesso metodo convenga egualmente bene a determinare tutti i loro corsi. Nulladimeno è bello l'avere in due casi provveduto all'utilità degli astronomi in una materia difficilissima e tale che niuno ha potuto generalmente risolverla. Havvi pure altre cose che fanno prova dell'ingegno e della dottrina di lui. Scrisse alcune Memorie sulla figura della Terra, intorno a cui tanto hanno adoperato gli astronomi de' nostri tempi; e chiunque si farà a leggerle dovrà ammirarne il pregio. Poichè quantunque non abbia lo Zanotti in questo argomento oltrepassato il segno a cui altri erano di già arrivati, pure seppe giungervi per una via più breve e spedita, e trovò alcuni teoremi così eleganti, che si racconta il Boscovich esserne stato incantato. Ma quando l'autore insegna come la forma della Terra si conosca per mezzo dell'angolo di posizione, io sono d'opinione

che le cose da lui dette possano aversi per nuove; quantunque gli autori che scrissero di questa materia sono tanti, ch'è malagevole l'accertarsi se alcuna cosa non fosse già stata detta in addietro. Il perchè non vogliamo assolutamente affermare che nuovo sia quello che noi pensiamo essere stato scoperto dallo Zanotti. E ciò è forse da dire anche per rispetto ad altre materie; ch'io non intendo d'entrare in dispute su questo particolare. Imperocchè chi vorrà farsi mallevadore che alla perspicacia degli ingegni de' trapassati tempi sia sfuggito ciò ch'egli disse dell'uso del micrometro? tanto più che queste cose sono sì facili a scoprirsi, che quasi si dimostrano da sè stesse a chi non le cerca. Pertanto lo Zanotti medesimo, essendo modestissimo, soleva dire di non volere ne' suoi scritti far pompa d'ingegno, che risplende nelle materie difficili, ma di aggirarsi intorno a quello che potesse giovare ai coltivatori dell'astronomia, quantunque potesse parere, e fosse veramente mediocre. Quello nondimeno ch'ei compose intorno la Prospettiva aggiugne agli altri pregi mirabilmente la novità. Perocchè sotto ad un medesimo semplicissimo principio è ridotto (il che prima di lui nissuno aveva fatto) tutto quanto risguarda non solo l'icnografia, ma ancora la scenografia. E tutti sanno in quante parti dapprima fosse divisa la Prospettiva, e da quanti precetti sopraccaricata. I quali lo Zanotti avendo tutti compendiati in un solo teorema, parve piuttosto insegnare una nuova scienza, di quello che coltivare l'antica. Per il che non dee far ma-

raviglia se gli scritti dello Zanotti appena pubblicati si divulgarono per tutte quasi le scuole d'Italia, e vi fu chi non solo gli antepose a tutte le opere degli antichi, che per la maggior parte sono deboli e secche, ma allo stesso Taylor, il quale era tenuto in gran pregio e andava per le mani di tutti. Nè la meccanica fu trascurata dallo Zanotti, chè alcune poche cose diede fuori sull'urto de' corpi, le quali non dirò sottilissime, ma certamente eleganti: e per questo riguardo non sono da disprezzarsi nè pure adesso in tanta luce della meccanica. Ma vuolsi qui andar incontro all'errore di taluni, affinchè non possa venire diminuzione di gloria allo Zanotti dalla minuta esposizione che facciamo degli studi suoi. Allorchè questi mandava in luce i proprii teoremi aveva piena la mente della questione, che di que' tempi agitavasi, intorno alle forze vive, la quale suscitata primamente dal Leibnitz, e poi con più calore sostenuta in Isvizzera e da altri in Germania, aveva quindi riempiuta la Francia e l'Inghilterra, donde finalmente passata in Italia, mirabilmente infiammava in Bologna la nostra Accademia. Nè questo tanto calore degli animi si spense, se non allorquando il d'Alembert ebbe dimostrato con piena evidenza che i Cartesiani non discordavano dai Leibniziani, che di sole parole, e che potevano le due parti conciliarsi per modo da rimaner quelli nell'antica opinione, e da non dover questi abbandonare la nuova. Ma lo Zanotti si abbattè in tempi ne' quali quella questione non era caduta per anco in sospetto di vanità:

tanto gl' intelletti d' ognuno erano sopraffatti dall' autorità de' matematici tedeschi. Il perchè, secondo il costume d' allora, non v' era quasi chi cercando lode di matematico non iscrivesse alcuna cosa sulle forze vive: e stimavasi bello e preclaro tutto quanto serviva a valutare l' impeto e la percossa de' corpi, per la relazione che aveva questa materia colla famosa questione. Laonde fu colpa de' tempi che lo Zanotti abbia stimati degni della pubblica luce alcuni brevi teoremi di facilissima dimostrazione; ma fu lode dell' ingegno suo l' averli esposti con precisione ed eleganza. Del resto quanta fosse la sua perizia nella meccanica vedesi ad altre prove. Imperocchè essendosi egli rivolto in età di già avanzata a quella parte di essa che tratta de' ripari e delle inalveazioni de' fiumi, arrivò coll' ingegno a tal punto, che sembrò avervi atteso sin da fanciullo. Ond' è che molti lo consultarono intorno a gravissime controversie insieme collo Ximenes, col Fantoni, col Lecchi e con altri, i cui nomi son celebratissimi. E non è da dubitare che allo Zanotti sia mancata ne' suoi consigli nè la perizia, nè la fedeltà; ma questa materia è, non so come, sì cavillosa, e i giudizi sono in essa così vacillanti e diversi, che non sapremmo qual cosa scrivere fino a tanto che non sia cessato il parteggiare, e le passioni non sieno tornate in calma. Perciò lasciamo all' avvenire di porre nel vero suo lume il merito di queste cose, onde non correre pericolo di affermare per certo quello ch' è tuttavia dubbioso, o di togliere colla precipitazione quella lode allo Zanotti che per

avventura gli fosse destinata. Egli però diede fuori alcune Memorie d'Idrometria, lodando le quali non temo di essere tacciato di poco sincero, quasi che io servissi a' tempi che corrono, ovvero di poco prudente, come se non temessi di offendere la verità. Ottiene il primo luogo la Storia ch'ei scrisse di tutte le molte e gravissime questioni che i Bolognesi ebbero coi circostanti per cagione del Reno. In essa narrò ancora come questo fiume abbia alcuna volta devastati i campi, e menate grandi rovine all'intorno, e come abbia variato corso, e per qual modo siasi cercato di andarne al riparo. La qual narrazione verrà detta utilissima da coloro che sanno di quanti insegnamenti siano state cagione le desolanti inondazioni del Reno osservate lungamente e con attenzione dagli idrometri. Ed è poi sommamente grato ai Bolognesi ch'ora vivono l'essere informati de' mali avvenuti ne' tempi trascorsi: chè appena havvi altra cosa tanto piacevole, quanto la ricordanza delle passate sciagure scevera da pericolo. Giova all'idrometria anche quello ch'ei pubblicò in Firenze sul Corso delle acque. Imperocchè quantunque il Guglielmini, scrittore di somma autorità, avesse detto che i fiumi laddove entrano in mare corrono sopra un fondo che sale; aveva nulladimeno toccata questa cosa più strettamente di quello che richiedeva la singolarità di lei. Pertanto lo Zanotti dimostrolla in tutta la sua estensione, e primo insegnò come le acque allo sbocco de' fiumi sieno spinte dalla inclinazione della superficie, per modo che, scorrendo quasi dall'alto, su-

perino per la concepita violenza la salita del loro alveo. Nè ciò era stato prima di lui degnamente spiegato da alcuno. Il perchè non pochi approvarono l'opera eccellente dello Zanotti, e fra questi il Frisi, non ostante ch'ei mostri di desiderarvi alcun che, e vi faccia qualche lieve censura. Ma lo Zanotti non ebbe tanto a dolersi d'aver discordato in pochissime cose da un sì gran matematico, quanto a rallegrarsi che in moltissime era andato con esso d'accordo. Sonovi anche altri scritti dai quali si può conoscere come lo Zanotti sentisse avanti nell'idrometria; ma ci conviene usar moderazione per non parere di correre in traccia di cose minute più del bisogno. In tutto quello poi che venne da lui pubblicato vedesi molto studio, molta diligenza, molta dottrina, con una dicitura scorrevole, piana ed ingenua, per la quale egli giungeva a persuadere assai meglio che altri coi lezi e colle lascivie. Per che non dee far meraviglia se con tanti e sì eccellenti pregi egli ottenne tutta l'approvazione de' suoi concittadini. Quantunque non col solo ingegno, ma coi costumi eziandio si rese caro e piacevole a molti. Imperocchè egli era sommamente autorevole ed assennato, ed avea una singolare integrità, un amore verso la patria sì grande, che ricusò amplissimi premii offertigli da altre città se avesse voluto in esse trasferirsi, ed un ossequio verso il Principe, quale doveva averlo chi reputava essere bellissima libertà l'obbedire ad un padrone giustissimo. Incredibile era l'esattezza colla quale poneva ad effetto le incumbenze che gli veni-

vano date, e somma la puntualità nell'eseguire tutte le parti di pubblico professore. Ebbe quindi per tutta la sua vita buon numero di scolari, e ciò ch' è difficilissimo in un uomo di pronto ingegno, non gli veniva meno la pazienza e la perseveranza nell' istruirli. Mostrò eziandio d'essere fornito d'animo liberale, ingenuo e moderato. Imperocchè havvi alcuni i quali spingono ad un biasimevole eccesso l'amore dell'insegnare, e prendono tanto piacere d'aver gran numero di uditori, che stanno sempre, per così dire, alla vedetta; ed allorchè adocchiano qualche giovinetto di belle speranze, immediatamente si studiano di trarlo a sè, e ve lo allettano con artificii d'ogni maniera. Dalla costoro importunità era lo Zanotti tanto lontano, quanto dalla trascuranza d'alcuni altri; e mettendo ogni diligenza nell'ammaestrare i giovani che concorrevano ad ascoltarlo, non pigliava disgusto se per gli altrui rigiri gli veniva scemata la scuola d'un qualche allievo. Nè in questo solo, ma in ogni sua azione egli fu riputato, qual era veramente, fornito d'una certa costante moderazione: nè avresti in lui osservato vestigio d'arroganza alcuna, ed anzi, ciò ch'è rarissimo, una cortesia lontana egualmente dall'austerità e dalla leggerezza. Nel dire il suo parere mostravasi non superbo e non timido, e non si dimenticava della propria, nè dell'altrui dignità. E quantunque egli fosse sommamente mansueto nelle dispute, pure non biasimava coloro che vi adoperano il coraggio e la forza, purchè non v'entri la contumelia. Fu spesse volte udito

dire che non si dee perdonare a quegli i quali si lagnano di non poter sofferire l'innocente libertà della critica, e aggravano gli altri d'una colpa ch'è in loro medesimi. Essendo poi grandemente della verità desideroso, riputava delitto l'offuscarla in qualunque maniera, e vera scelleratezza il calpestarla. E quantunque gli stesse moltissimo a cuore l'onore degli amici, e li lodasse assai volentieri, guardavasi nulladimeno che ne' suoi discorsi non cadesse per favorirli cosa la quale sentisse di piacenteria o di parzialità. Per il che dee recar meraviglia ch'egli abbia potuto alcuna volta venir sospettato di adulazione. Ma è tale la natura del volgo, che poco giudica secondo la verità, molto secondo l'apparenza: ed il retto par sempre che in certa maniera s'accosti al vizioso, sì che quantunque l'uno dall'altro sia al tutto dissomigliante, pure da imperiti estimatori viene tenuto il medesimo. Il perchè essi chiamano arroganza la sincerità del discorso, e la modestia del giudicare adulazione. Ma il cuore dello Zanotti ravvisavasi al tempo medesimo propenso a molti, e non infetto d'alcuna malevolenza verso gli altri. Per ciò com'egli erasi innalzato alla gloria de' maggiori, così vedeva con animo volonteroso ch'altri s'innalzasse alla sua; e le altrui virtù risguardava siccome degne d'imitazione, non già d'invidia; chè non aveva fatto tesoro delle sentenze morali de' più assennati filosofi per vana pompa, come fanno moltissimi, ma bensì per averle a norma della sua vita. Così egli ottenne che molti grandi desiderassero di conoscerlo e

di godere della conversazione di lui; e se tutti io qui volessi annumerarli andrei troppo in lungo; tanto più ch'io non potrei, rammentando i nomi della maggior parte di essi, astenermi dal dirne le lodi. E chi vorrebbe farlo, quando pur solo dovesse nominare l'amplissimo cardinale Ignazio Boncompagni? Benchè è più facile l'ammirare la sapienza di questo eminentissimo personaggio, che lo spiegarla a parole, avendo egli conseguito quello che è di assai pochi in ogni età, cioè il giovare, fra le cure gravissime dello Stato, alle lettere non meno coll'ingegno che coll'autorità, e l'essere ad un tratto il rimuneratore ed il modello dei dotti. Il Senato poi di Bologna, il cui giudizio è di gran peso, tanto onorò lo Zanotti, quanto nessun altro del nostro tempo. Perocchè gli compartì amplissimi e decorosi premii, a lui spontaneamente concesse quello che alle altrui istanze era stato negato, e, perchè non gli mancasse in patria alcun ornamento, lo creò presidente dell'Istituto, dignità della quale non havvi la maggiore in Bologna, dopo i senatori. Quanto poi egli fosse stimato dall'Italia, anzi dall'Europa tutta, appariva da questo, che nissun dotto giungeva in Bologna il quale non si prendesse cura di vederlo, e che non ponesse tra i più bei frutti del suo viaggio l'averlo veduto. Fu aggregato eziandio alle più illustri accademie, cui era notissimo, non già di persona (benchè avesse trascorse molte provincie in grazia de' suoi lavori d'idrometria), ma per l'immagine dell'ingegno suo che potevasi vedere negli scritti suoi delineata coi colori di

una pura e non lisciata eloquenza. Il perchè possiamo con tutta verità affermare ch'egli ebbe pochi detrattori; quantunque un gran nome abbia sempre per compagna una grande invidia; nè vi sia mai penuria di sciagurati, i quali, volendo essi soli poter tutto, e che fuori di loro non diasi alcun che di buono nè in uomo nè in ordine d'uomini alcuno; bramano di vedere depresse le virtù e l'ingegno degli altri. Ma lo Zanotti ottenne sempre la stima di coloro dai quali egli desiderava di essere stimato; e v'ha di molti il cui biasimo vuolsi tenere in conto di lode. Così avendo compiuti 72 anni fu sorpreso dalla morte, che se non può dirsi immatura quanto all'età, fu certamente acerba nel desiderio de' buoni. Egli era nato nel 1709 il giorno 27 di dicembre, e morì il 15 di maggio del 1782. Gli si rendettero solenni onori, poichè l'Università di Bologna accompagnò il suo funerale, e la patria decretò che il suo nome venisse inscritto nelle pubbliche memorie. La sua immagine fu coniata in medaglie di argento e di bronzo, onde i posteri non mancassero dell'effigie del volto d'un uomo che ha lasciati del suo ingegno monumenti immortali. Le quali onorificenze molte e grandissime che noi Bolognesi tributammo allo Zanotti possano servire di allettamento e di stimolo a più d'uno de' nostri giovani per bene meritare degli studi! Chè questo, a mio parere, è il più bel frutto degli onori che si compartono agli uomini sommi. Nè già, come alcuni vanno cianciando, è rintuzzato per modo il buon volere della nostra gioventù, che non sia mossa dal desiderio della

fama, nè ancora è spento presso di noi l'antico ardore per le oneste discipline. Quelli che di ciò si lamentano sono uomini i quali sedotti dal vano fantasma dell' antichità prendono a schifo ogni cosa presente, e mostrano appena di comprendere che una fu sempre la condizione dell' umana natura; quasi che non abbiavi ora chi aneli la gloria, o che l'ottimo non sia in ogni età sempremai stato raro, e molti Temistocli sieno vissuti fra gli antichi che mirabilmente infiammati di rendere il proprio nome glorioso avessero i sonni interrotti dal pensiero degli altrui trofei.

OPERE

DI

EUSTACHIO ZANOTTI

Descrizione di un'Aurora Boreale osservata nella Specula dell'Instituto delle Scienze di Bologna la sera delli 16 *decembre* 1737. Bologna, per Lelio della Volpe, 1738, in 4.° (Leggesi ancora nel tomo II, parte 1, pag. 476 *de Bononiensi Scientiarum et Artium Instituto, etc. Commentarii*, e nelle Osservazioni del sig. Gio. Poleni sopra la detta Aurora Boreale. Venezia, 1738, a pag. 14.)

Altra Osservazione di un'Aurora Boreale fatta come sopra la sera delli 29 *marzo* 1739. Bologna, per il detto, 1739, in fol.

La Cometa dell'anno 1739 *osservata nella Specula dell'Instituto ne' mesi di maggio, giugno, luglio e agosto.* Ivi, per il detto, 1739, in 4.°

Observationes duarum Eclipsium, habitæ in Astronomica Specula Bononiensi Scientiar. Instit. die 30 *decembris* 1739 *mane, et die* 13 *januarii anno* 1740. Sta nella Raccolta Calogeriana, vol. 21, pag. 441.

Congressus Mercurii cum Sole, observatus in astronomica Specula, etc. Maii 1743. *Bononiæ, Lælius a Vulpe*, 1743.

Osservazioni sopra la Cometa dell'anno 1744 *fatte nella Specula dell'Instituto di Bologna, in compagnia di D. Petronio Matteucci ne' mesi di gennaro, febbraro e marzo.* Bologna, per il detto, 1744, in 4.°

Eclipsis Lunæ observata in Astronomica Specula Bononiensi anno 1745 *die* 1 *novembris.* Ivi, per lo stesso, 1745.

Defectus Solis observatus e Specula, etc. die 25 *julii* 1748 *mane.* Ivi, per il detto, 1748, in 4.°

Eustachii Manfredi Introductio in Ephemerides cum opportunis tabulis ad usum Bononiensis Scientiarum Institut. Editio altera (fatta da Eustachio Zanotti). *In qua exempla quæ sub præceptis proponuntur ad Ephemerides ex anno* 1751 *in annum* 1762 *novissime supputatas accomodata sunt; quædam præterea Tabulæ adiectæ sunt, et Stellarum Catalogus ex observationibus in Bononiensi Specula recenter habitis. Bononiæ*, 1750. *Typis Constantini Pisarrii, in fol.*

De Cometa anni 1759. *Sermo habitus in Academia Bononiensis Scientiarum Instituti die* XXIII *novembris ab Eustachio Zanotto ejusdem Instituti Astronomo. Bon. Typ. a Vulpe*, *in* 4.°

De Veneris et Solis Congressu, *observatio habita in Astronomica Specula etc. die* 5 *junii* 1761, *auctore Eustachio Zanotto ejusdem Instituti Astronomo*, *ac Regiæ utriusq. Londinensis et Berolinensis Academiæ Socio. Bon. Typ. Lælii a Vulpe*, *in* 4.°

Ephemerides Motuum Cœlestium ex anno 1763 *in annum* 1774 *ad Meridianum Bononiæ ex Hallei tabulis supputatæ*, *auctoribus Eustachio Zanotto Bononien. Scientiarum Instituti Astronomo*, *et Sociis*, *ad usum Instituti. Bon.* 1762, *ex Typ. dict.*

Trattato teorico pratico di Prospettiva. Bologna, per Lelio dalla Volpe, 1766, in 4.°

Ephemerides Motuum Coelestium ex anno 1775 *in annum* 1786 *ad Meridianum Bononiæ ex Hallei Tabulis supputatæ*, *auctoribus Eustachio Zanotto Bononiensi*, *etc.*, *et Sociis*, *etc. ex Typ. Lælii a Vulpe*, 1774, *in* 4.°

La Meridiana del Tempio di S. Petronio rinovata l'anno 1776. *Si aggiunge la ristampa del libro pubblicato l'anno* 1695 *sopra la ristaurazione della Meridiana suddetta eseguita da' celebri Matematici Gio. Domenico Cassini e Domenico Guglielmini.* Bologna, nell' Instituto delle Scienze, 1779, in fol.

Esame del nuovo e real Progetto che libera ed assicura le tre Provincie di Bologna, *di Ferrara e di Ravenna dall' inondazioni.* Sta nella risposta dell' esame, o sia Scrittura de' sigg. dottori Eustachio Zanotti e Marescotti contro la Linea della Longara. Senza il loro nome, e data di anno e di stampa.

Ne' Commentarii poi dell'Accademia delle Scienze nell'Instituto si leggono le seguenti cose di Eustachio Zanotti (*).

De Figura Telluris Dissertatio habita in Bononien. Academ. etc. Sta nel tomo II, parte 2, pag. 210.

De Micrometri cujusdam ratione, etc. Ibidem. Tomo detto, parte 2, pag. 347.

De Cometa anni MDCCXXXIX. Tomo detto, parte 3, pag. 73.

Observationes Eclipsium Solarium, Lunarium, ac aliorum in Planetis accidentium habitæ in Astronomica Specula Bonon. Scient. Inst. Tomo detto, parte 3, pag. 101 ad 139.

De quibusdam Luminibus Septentrionalibus anno 1730 *mense Martio observatis. Dissert.* Tomo detto, parte 3, pag. 489.

De Perspectiva in Theorema unum redacta. Tomo III, pag. 169.

Metodus Trigonometrica supputandi Cometarum Orbitas, cui accedunt Observationes et Theorica Cometæ anno 1742. Ivi, pag. 217.

Observationes Cometæ anni 1744. Ivi, pag. 335.

Defectus Solis observatus die 27 *jul.* 1748. Ivi, pag. 344.

Eclipsis Lunæ observata die 1 *nov.* 1743. Ivi, pag. 350.

Congressus Mercurii cum Sole observatus die 5 *novembris* 1743. Ivi, pag. 354.

Observatio eclipsis Solis habita die 8 *jan.* 1750. Ivi, pag. 357.

Observatio eclipsis Lunæ die 19 *jun.* 1750. Ivi, pag. 359.

De quibusdam Solstitiorum observationibus, ac de quantitate anni tropici medii. Ivi, pag. 419.

De Vi Percussionis. Tomo IV, pag. 219.

De Vi Elastica. Ivi, pag. 233.

Observationes Astronomicæ in Bonon. Specula habitæ annis 1751 *et* 1752 *ad investigandas Lunæ, Martis et Veneris parallaxes.* Ivi, pag. 311.

(*) Il Catalogo delle cose dello Zanotti inserite ne' *Commentarii* dell'Instituto bolognese è qui più compiuto di quello che leggesi nel Fantuzzi, essendosi da noi fatto espressamente un accurato riscontro di quella Raccolta (*Nota degli Ed.*).

De Veneris ac Solis congressu. Observatio habita in Astronomica Specula Instit. etc. die 5 junii an. 1761. Tomo V, part. 1, pag. 126.

De supputandis æquationibus in orbitis Planetarum. Dissertatio habita in Bon. Scient. Inst. Tomo detto, parte 2, pag. 236.

De Angulo positionis ac ejus in determinanda Telluris figura. Dissertatio etc. Ivi, parte 2, pag. 256.

De Cometa anni 1769. Tomo VI, pag. 21.

De limi tumentium fluminum aquis admixti quantitate. Ivi, pag. 110.

Nel tomo VII finalmente della Raccolta degli Autori che trattano del Moto dell'Acque, stampata in Firenze l'anno 1770, vi è un Ragionamento del Zanotti col titolo: *Sopra la Disposizione dell'alveo dei Fiumi verso lo sbocco in Mare.*

TRATTATO

DI

PROSPETTIVA

AVVISO

AL LETTORE

Se potessi lusingarmi di avere compiutamente eseguito tutto ciò che mi era proposto allorquando presi a scrivere questo Trattato di Prospettiva, e fossi persuaso di recare al Pubblico quel vantaggio che è stato l'unico motivo che mi ha indotto a scrivere, niun bisogno vi sarebbe ora di premettere alcuno avviso al Lettore; ma perchè spesso addiviene che l'opera non corrisponda alla intenzione dell' autore, e che poco altrui si giovi, credendo di giovar molto, voglio ora manifestare qual fosse la mia idea, e quale il metodo che aveva in animo di seguire, il quale per lo meno potrebbe meritare l'altrui approvazione, se non merita lode la esecuzione. Questa scienza della Prospettiva, egualmente che la Geometria, la Meccanica, e la più parte di quelle facoltà che comprende la Matematica, si divide in teorica e pratica. Quei che professano l'una non sogliono gran fatto curar l'altra, e pochissimi sono stati quelli che d'entrambe possano riguardarsi come maestri. Avrei voluto scrivendo soddisfare in qualche modo al genio insieme de' teorici e de' pratici; e con questa intenzione ho preso a comporre il Trattato che ora

faccio pubblico colle stampe. Mi sono poi accorto, nel por mano all' opera, ch' egli era sommamente difficile riuscire, come convenivasi, in questa intrapresa; poichè se al genio di quelli si riguarda che professano l' arte della pittura, per cui si veggono spesso obbligati di ricorrere alle regole della Prospettiva, sono essi cotanto alieni dalle dimostrazioni e dai discorsi geometrici, che sembra loro tempo perduto il tenervi dietro, e vogliono apparare sollecitamente le regole senza ascoltare la ragione perchè così si faccia, nè mai chieggono che prova alcuna si dia loro della esattezza di quelle costruzioni che s' adoprano per formare i disegni. Per lo contrario chiunque solo si pasce delle astratte contemplazioni della matematica, facilmente si sdegna se troppo minutamente vien descritto il modo di costruire una figura, e molto più ancora si sdegnerebbe se ad un metodo geometrico fosse preferito un metodo che in tutto rigore non fosse tale, quand' anche ciò si facesse per comodo del Prospettivo, a cui può bastare una esattezza non tanto scrupolosa. Io certamente scrivendo non mi sarei indotto mai, per incontrare il genio de' pittori, a tralasciare le dimostrazioni, le quali sole ponno appagare il nostro intelletto, e nè meno avrei saputo per piacere ad essi far le parti di un professore del disegno tenendo dietro a tutti que' precetti e a quelle sole regole pratiche che sogliono additarsi nelle scuole, e che hanno avvezzato i giovani a studiare senza l' aiuto della Geometria. Ho bensì procurato di rendere facili, quanto per me si potea, le dimostrazioni,

e mi sono astenuto da que' calcoli, i quali quanto più rendono generali i teoremi, altrettanto pare si scostino dall' uso e dalla intelligenza di chi non sia pienamente versato negli studi di matematica. Queste sono le avvertenze che ho avuto; e pure anzi che lusingarmi di avere scritto conforme le diverse pretensioni del teorico e del pratico, debbo grandemente temere non la brama di soddisfare alle premure di ciascuno di loro mi faccia incontrare sì dell' uno come dell' altro la indignazione. Io prego i matematici a soffrire con pazienza se alcuna volta sarò alquanto minuto e prolisso nel dire più di quello che converrebbesi, avendo a fare con ingegni per lungo uso esercitati nella geometria; e prego altresì i professori del disegno a non rimanere disgustati se vedranno il libro sparso di dimostrazioni, le quali se mai fossero superiori all' intendimento loro, potranno essi correggere questo difetto coll' appigliarsi alle sole regole ed alle costruzioni che vi s' insegnano, e coll' omettere qualunque discorso o raziocinio che ritardi lo studio di cui sono premurosi. Per raccomandare questo mio libro non voglio vantarmi di avere scoperti nuovi teoremi e nuove regole. Di ciò che sia si accorgeranno quelli che avranno trascorsi i trattati di Prospettiva finora usciti alle stampe. Debbo bensì chiedere perdono se non cito alcuno autore nello esporre i teoremi; la quale omissione però non voglio che mi sia ascritta a colpa; imperocchè trattandosi delle cose elementari che si leggono presso tutti gli scrittori di Prospettiva, non è così facile sapere a cui

debbasi il merito della invenzione. Nel rimanente poi ho scritto secondo che mi ha suggerito l' ordine stesso che da principio mi era proposto; e di buona voglia cedò la gloria a quelli che prima di me avessero esposti i medesimi teoremi. Ho scritto non per acquistar fama con un' opera la quale non oltrepassa le cognizioni elementari della geometria, ma per occuparmi in uno studio di mio piacere colla lusinga di poter in qualche modo recare altrui vantaggio.

TRATTATO
TEORICO-PRATICO
DI
PROSPETTIVA

SEZIONE PRIMA.

Che contiene le definizioni.

1. Quella scienza che considera i corpi non come sono in se stessi, ma come appariscono agli occhi nostri secondo le diverse loro positure e distanze, e che insegna di riferire queste apparenze ad una superficie, dicesi *Prospettiva.* Egli parrebbe che dovendosi trattare di queste apparenze, fosse necessario spiegare sul bel principio in qual modo si formi in noi la visione; ma perchè ciò ne condurrebbe troppo in lungo, e il trattare questa materia è cosa che appartiene a quella parte di matematica che dicesi Ottica, ci contenteremo per ora di alcune supposizioni. Pertanto noi supporremo un punto nell' occhio, in cui si ecciti la sensazione della vista: poco importando lo stabilirne il luogo preciso; perchè o

si prenda nel centro della pupilla, o più addentro dell'occhio, serviranno nello stesso modo i teoremi che siamo per ispiegare. Supporremo in oltre che i raggi di luce provenienti dai corpi si propaghino per retta linea di maniera tale, che un raggio che parte da un punto dell'oggetto, e s'incontra nell'occhio, scorra quella linea che congiunge l'uno e l'altro, e che mostra la direzione secondo cui l'occhio vede il detto punto. Considerandosi le cose a questo modo, ecco che a noi si presentano diverse piramidi di raggi luminosi, ciascuna delle quali ha per base la superficie anteriore del corpo che si riguarda, e per vertice il centro della pupilla, a cui supporremo concorrere i raggi che fanno vedere la superficie. Ora se immagineremo un piano, condotto tra l'occhio e l'oggetto, che tagli ciascuna piramide, comprenderemo ancora formarsi diverse sezioni, per cui resteranno impresse nel piano altrettante figure, ciascuna delle quali dicesi *prospettiva di quella superficie* che è base della piramide. Così qualunque punto nel piano per cui passa un raggio, dicesi *prospettiva di quel punto dell'oggetto* da cui parte il raggio.

2. Ciò premesso, facilmente si dimostra che la prospettiva di una linea retta non può a meno di non essere una retta linea; imperocchè se in vece di una superficie sostituiremo per base della piramide una linea retta, diviene la piramide un semplice triangolo, il quale essendo tagliato da un piano, è forza che la sezione sia una retta linea. Non potrà dirsi lo stesso di una linea curva, che si

prenda per base, la cui prospettiva può divenire una retta, o una curva di differente natura. Lascieremo ai geometri le sottili ricerche sopra queste trasformazioni delle curve; e giacchè poco con questo studio si gioverebbe alla pratica, faremo conto che esso appartenga piuttosto a un trattato di geometria, che a un compendio di prospettiva; e sol tanto ne diremo in una Sezione a parte, quanto crederemo che basti per uso dei pratici, e per far comprendere a quali vicende sieno soggette le curve per cagione della prospettiva.

3. Dalla sola definizione della prospettiva si comprende chiaramente quale sia il debito principale dei pittori nelle operazioni che fanno; imperocchè se studiano di rappresentare sulle tele certi oggetti, debbono far conto che la tela sia il piano che taglia tutte le piramidi che hanno per base gli oggetti da rappresentarsi, e per vertice la pupilla di un occhio situato in un determinato luogo. Che se il disegno non corrispondesse esattamente agli oggetti come sezione delle dette piramidi, non potrebbe mai dirsi che rappresentasse quegli oggetti, i quali si vedrebbono dal medesimo luogo sotto angoli differenti, e con proporzioni diverse da quelle che nel disegno appariscono. Non basta poi che il disegno sia stato puntualmente eseguito, ma per riconoscere la corrispondenza che ha cogli oggetti, bisogna che l'occhio di chi lo riguarda, stia fermo nel punto che fu preso per vertice delle piramidi; perchè cangiando luogo, difficile cosa sarebbe immaginare altri oggetti i quali corrispondessero alle sezioni

disegnate sulla parete senza incorrere in qualche inconvenienza, come a suo luogo dimostreremo. Oltre il disegno, il quale nè può essere giusto senza essere conforme alle regole di prospettiva, nè comparir tale senza che l'occhio sia debitamente situato, studiano i pittori di colorire le loro tele, nel che le regole di prospettiva non ponno essere di alcun soccorso. Certa cosa è che se fossero tali i disegni, quali richiedono le sezioni delle piramidi sopraddette, e se fossero in oltre colorite le tele di maniera che i raggi di luce riflessi sopra di esse giugnessero all'occhio colla stessa forza e colla stessa modificazione di colore che seco portano i raggi provenienti dagli oggetti, la pittura sarebbe eseguita con tal perfezione, che niente mancherebbe a far sì, che chi la riguarda restasse ingannato, credendo di vedere gli oggetti stessi. Per ciò che riguarda semplicemente il disegno, se ne ponno dare regole certe, e di queste noi parleremo, spiegando alcuni teoremi che sono il fondamento della prospettiva; ma per quello che riguarda i colori, e che dai pittori dicesi *prospettiva aerea*, ove l'altra dicesi *prospettiva lineare*, non essendovi regole precise, sarebbe inutile l'intraprendere a trattare di una materia di cui sola può essere maestra una lunga pratica ed una diligente osservazione.

4. Spiegheremo ora alcuni termini che comprendono le principali definizioni. Sia un piano orizzontale MS (Fig. 1), che riguarderemo come un suolo, sopra cui sieno collocati gli oggetti dei quali si vuole fare la prospettiva, e che chiameremo, secondo l'uso comune, *piano*

geometrico. Sia un occhio situato nel punto O superiore al detto piano, e sia condotta la perpendicolare O S. Il punto O dicesi *punto di veduta*, O S *altezza dell' occhio*, ed S *punto della stazione.* Immaginiamo un piano Q X, sopra cui s' abbiano a rappresentare gli oggetti che l'occhio vede di là dal piano, il quale suol sempre prendersi a perpendicolo sul piano geometrico. Il piano Q X dicesi *piano della prospettiva*, oppure *tavoletta*, o *parete.* La comune sezione Q L di questo piano col piano geometrico si chiama *linea della terra*, o *linea fondamentale*, o *linea del piano.* Dall' occhio O s' intenda condotta una perpendicolare O F sopra il piano della prospettiva. Il punto F così determinato vien detto *punto principale*, e la linea O F, *raggio principale.* Per F si conduca una linea F D parallela alla Q L, e si avrà quella linea che chiamasi *linea orizzontale.* Qualunque punto N, che s' abbia a rappresentare sulla parete, dicesi *punto obbiettivo;* e se dal punto N si condurrà una linea N M perpendicolare al piano geometrico, il punto M, ove essa linea incontra il piano, dicesi *pianta* o *icnografia* del punto N, e la linea N M *altezza* o *ortografia* del medesimo punto N. Conducendosi da qualunque punto d' icnografia come M la perpendicolare M L alla linea del piano, si avrà la distanza di M dalla parete, e il punto L, che chiamasi *punto d' incidenza.* S' intenderà facilmente qual sia per essere la *pianta di una linea* superiore al piano geometrico, e inclinata in qualsivoglia maniera; imperocchè condotte le perpendicolari da qualunque punto della linea

obbiettiva sul piano geometrico, i punti che verranno segnati in esso piano, formeranno una linea che sarà pianta di quella. Nello stesso modo si avrà la *pianta di una superficie*, bastando per questa segnare la pianta di ciascuna linea che ne compone il perimetro; e in fine per avere la *pianta di un solido*, basterà segnare sul piano geometrico la pianta di ciascuna superficie che chiude il solido. Nella proposta figura, in cui si è fatta N M retta al piano geometrico, sarà un solo punto la pianta di tutta la linea; e se per l'occhio O s'intenderanno condotte le linee O N, O M, che passino per la parete ne' punti X Z, sarà, conforme a quello si è detto da principio, X la projezione o prospettiva del punto N, e Z del punto M, e la linea X Z prospettiva della N M.

5. Un'altra maniera di eseguire la prospettiva, che però è meno praticata della già detta, sarebbe quella di supporre l'oggetto tra l'occhio e la parete, prolungando le linee visuali oltre l'oggetto. Ci somministrano esempi di questa prospettiva le ombre che gettano i corpi sopra un piano. Immaginiamo un corpo frapposto tra un muro e un lume, che ora riguardo come un punto. È certo che l'ombra del corpo, o il contorno di essa, altro non è che la sezione che fa il muro della piramide ombrosa, la quale ha per vertice il lume, e per base la superficie del corpo. Se in luogo del lume vi si ponesse un occhio, essendo rimosso il corpo, e restando sul muro disegnato il contorno dell'ombra, l'occhio il vedrebbe sotto i medesimi angoli sotto cui avrebbe veduto il corpo. Intorno a questa

prospettiva si ponno fare tutte quelle riflessioni che abbiamo fatto intorno all'altra, e avvertire che se la figura prospettiva, dopo di essere disegnata a dovere, fosse colorita in modo che i raggi provenienti dalla parete giugnessero all'occhio colla stessa forza e colla stessa modificazione di colore con cui vi giungono quelli che partono dall'oggetto, chiunque riguardasse la prospettiva crederebbe di vedere l'oggetto stesso, e di vederlo collocato di qua dalla parete. Non vi sarà maggiore difficoltà per eseguire piuttosto l'una che l'altra di queste prospettive lineari, poichè gli stessi metodi serviranno, solo che si cangi l'ordine d'alcune proporzioni. Sembra bensì più difficile ad eseguirsi la prospettiva aerea, quando si vuole far comparire l'oggetto tra l'occhio e la parete; imperocchè sminuendosi la forza o la energia dei raggi luminosi nello scostarsi che fanno dal corpo che li tramanda, que' colori artificiali che adoperano i pittori, e che sono ordinariamente più deboli dei colori naturali, faranno bensì comparire l'oggetto che rappresentano, come se fosse più lontano della parete, ma nol faranno comparir più vicino, mentre per ottenere questa apparenza converrebbe talmente accrescere forza alle tinte, che superasse quella de' colori naturali.

6. Sogliono i matematici dividere la prospettiva in due parti; l'una che riguarda unicamente la icnografia, e l'altra l'ortografia. Que' metodi che insegnano di trasferire sulla parete le piante, cioè i punti e le linee segnate sul piano geometrico, diconsi appartenere alla

icnografia; e i metodi che servono a descrivere i punti e le linee superiori al piano geometrico, alla ortografia, che da alcuni chiamasi ancora *scenografia*. Tratteremo in primo luogo della icnografia, e poi della ortografia, senza però obbligarci in tutto il Trattato ad osservare rigorosamente questa divisione.

SEZIONE SECONDA

Della Icnografia.

1. Sia (Fig. 1) il piano geometrico MS, l'occhio in O, la parete QX, e abbiasi un punto M sul piano geometrico, per cui condotta una linea all'occhio O, sia OM la direzione, secondo cui detto punto M è veduto dall'occhio; onde in Z, ove la linea MO passa per la parete, si ha la prospettiva del punto M. Intendasi condotta dall'occhio sulla parete la perpendicolare OF, che determini il punto principale F. Dal punto obbiettivo M si tiri sul piano geometrico la linea ML perpendicolare alla linea del piano, per avere il punto L d'incidenza. Si congiungano L e F colla linea LF giacente sul piano della parete. Dico che questa linea passa per Z, e che il punto Z divide la FL in due parti FZ, ZL, che hanno la proporzione delle due distanze dell'occhio, e del punto M dalla parete. Per persuadersi di ciò, basta riflettere essere l'una e l'altra linea FO, ML perpendicolare allo stesso piano QX, e per conseguenza tra loro parallele. Per

la qual cosa essendo le due F L, M O nel piano di queste parallele, dovranno scambievolmente intersecarsi; e giacchè F L giace sul piano di prospettiva, ed M O incontra il detto piano in un sol punto Z, non potrà a meno la F L di non passare per Z, ove la linea M O traversa il piano. Stando le cose nella maniera spiegata, è manifesto essere simili i due triangoli F Z O, M Z L per cagione delle parallele F O, M L, dal che si avrà la seguente analogia F O : M L :: F Z : Z L. Pertanto stabiliremo che per trovare la prospettiva di un punto M basta condurre da esso la perpendicolare alla linea fondamentale, indi segnare sulla parete la linea F L condotta dal punto principale F al punto L d'incidenza, e in fine dividere la F L in ragione di F O ad M L, cioè in ragione della distanza dell' occhio dalla parete alla distanza del punto obbiettivo dalla medesima. Il punto trovato con questa divisione darà il punto cercato della prospettiva.

2. Per rendere comoda l'operazione disporremo il piano geometrico e il piano di prospettiva nel seguente modo. La linea L Q (Fig. 2) rappresenti la linea fondamentale, la quale dividendo in due parti il piano su cui è segnata, s' intenda la parte inferiore appartenere al piano geometrico ove si descrivono le piante, e la parte superiore appartenere al piano di prospettiva. Tale diverrà la rispettiva posizione di questi piani, se faremo conto che la parete si aggiri (Fig. 1) intorno alla linea L Q verso S fino a che giunga a giacere sul piano geometrico, e allora essendo que' due piani

divenuti un sol piano, la linea L Q sarà in un certo modo il termine di ciascheduno. Non ostante questa differente posizione si deve ritenere lo stesso punto principale F e la stessa linea orizzontale F D, come richiede la supposta situazione dell'occhio. Sia dunque (Fig. 2) il punto principale F, a cui corrisponde perpendicolarmente l'occhio, che intenderemo collocato di là della carta, la quale superiormente ad L Q rappresenta il piano di prospettiva. Sulla linea orizzontale si prenda da qual parte si vuole del punto F una linea F D eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, il qual punto D vien perciò detto *punto della distanza.* Sia dato nel piano geometrico un punto M, di cui si cerca la prospettiva. Da M tirisi la perpendicolare M L alla linea fondamentale, e fatto centro in L descrivasi col raggio M L il quarto di cerchio M Q, di modo che il punto Q cada rispetto al punto L dalla parte opposta a quella in cui fu preso il punto D rispetto al punto F, e si avrà L Q eguale ad M L; indi si congiungano i due punti F, L e i due punti D, Q. Ove queste linee si tagliano in Z, ivi si avrà il punto cercato. In fatti essendo simili i due triangoli F Z D, L Z Q per cagione delle parallele D F, L Q, saranno proporzionali i lati D F : L Q : : F Z : Z L; ma D F è eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, e L Q è eguale ad L M, cioè alla distanza del punto obbiettivo dalla linea del piano, o sia dalla parete; dunque la linea F L sarà divisa da D Q nella ragione delle dette due distanze, la qual linea F L non è altro che la linea

condotta dal punto principale al punto d' incidenza; e però il punto Z, per quello che si è detto all' articolo precedente, sarà il punto di prospettiva del punto obbiettivo M. Facciasi la stessa costruzione per qualunque altro punto estremo delle linee che chiudono la pianta proposta, e se ne avrà la prospettiva come dimostra la presente figura.

3. Combinandosi le cose che abbiamo dette sopra le due figure 1, 2, si scorgerà qualche differenza per conto della esecuzione, la qual differenza io chiamerò più tosto fisica che geometrica. Questa consiste in ciò, che il disegno fatto a norma della figura 1 s'intende da quella parte della parete che riguarda l' occhio; ma nella figura 2 si fa il disegno dalla parte della parete che è opposta all' occhio, perchè, come abbiamo detto nell' articolo precedente, si deve supporre l'occhio di là dalla carta. Potrebbe nascere uno scrupolo a chi disegna di prospettiva, che il disegno eseguito secondo la regola prescritta fosse fatto per essere veduto da un occhio situato non già dinanzi, ma di dietro alla parete; pure se rifletterà che il disegno, o vedasi da una parte o dall' altra, come se la parete fosse diafana, apparirà sempre lo stesso, purchè l' occhio abbia la data distanza, e stia a perpendicolo sopra il punto principale, rigetterà ogni scrupolo come vano. La sola differenza che trovasi per queste due situazioni dell' occhio, si riduce a questo, che lo spettatore in una situazione vede dalla parte destra ciò che nell' altra situazione vedrebbe a sinistra, e al contrario; ma tal differenza non

cagiona alcun pregiudicio. Quando mai accadesse in pratica che si avesse a tener conto di questa apparenza, dovrà il prospettivo prima di fare l'operazione rovesciare le piante, perchè allora il disegno mostrerà gli oggetti disposti a destra e a sinistra conforme a quello che sono realmente, o che sono immaginati dal prospettivo. Qui pure giova il riflettere, che che ne sia della differenza di cui abbiamo parlato, che gli oggetti più vicini alla parete, e parlandosi di piante, le linee più vicine a quella del piano sono sempre le più vicine all'occhio, onde s'intenderà senza fatica quale sia la parte anteriore e quale la posteriore di un oggetto rispetto al punto ove l'occhio è collocato.

4. Facendosi considerazione sopra il metodo spiegato di trovare il punto di prospettiva di un dato punto obbiettivo, se ne raccolgono diverse conseguenze utili alla pratica. E primieramente, se oltre il punto M si volesse disegnare in prospettiva qualunque altro punto della linea ML perpendicolare alla linea del piano, egli è chiaro che il punto d'incidenza, cadendo sempre nello stesso punto L, servirebbe per la costruzione di ogni punto la stessa linea FL. Bensì cangierebbe luogo il punto Q per le diverse distanze dei punti obbiettivi dalla linea del piano. Giacchè dunque la stessa linea FL verrebbe intersecata dalle DQ ora in un punto, ora in un altro, tutti i punti di prospettiva cadrebbero nella stessa linea FL, onde la linea descritta si rivolgerebbe al punto principale. Con un simile discorso dimostreremo

che qualunque altra linea obbiettiva perpendicolare alla linea del piano, posta che sia in prospettiva, prenderà tal direzione che passi pel punto F; e conchiuderemo che le linee parallele fra loro e perpendicolari alla linea del piano si fanno tutte convergenti al punto principale. Veggasi la figura 3, ove si rappresenta un pavimento diviso in tanti quadrati, di modo che le linee che fanno le divisioni, essendo alcune parallele alla linea del piano, sono le altre ad essa perpendicolari. La prospettiva eseguita secondo il metodo spiegato fa vedere la convergenza delle linee al punto principale F.

5. Supponendo ora che una linea obbiettiva M *m* (Fig. 4) sia inclinata ad angoli di gradi 45 colla linea del piano, dimostro che la linea prospettiva verrà descritta con direzione al punto della distanza. Prolungata la linea M *m* fino a che tagli la linea del piano in Q, e condotte dai punti M, *m* le perpendicolari M L, *m l*, se fatto centro in L si descriverà un quarto di cerchio col raggio M L, la linea del piano resterà segata nel punto Q per essere L Q eguale ad M L; e lo stesso succederà, se fatto centro in *l* si descriverà un quarto di cerchio col raggio *l m* per essere *l* Q eguale ad *l m*. Per la qual cosa servirà la stessa linea D Q per la prospettiva di tutti i punti della M *m*, e solo cangierà di posizione la linea condotta dal punto principale ai punti d'incidenza, come F L o F *l*, le quali intersecando la stessa D Q ora in un punto, ora in un altro, faranno sì che tutti i punti della linea prospettiva, che si cerca, giacciano nella D Q, che è diretta al punto della

distanza. Lo stesso discorso si applicherà a qualunque altra linea parallela alla M *m*, cioè a qualunque altra linea inclinata ad angolo semiretto colla linea del piano; e però conchiuderemo che le linee prospettive di quelle linee che nel piano geometrico sono tra loro parallele, e inclinate alla linea del piano con angolo di gradi 45, si avranno per mezzo di altrettante linee convergenti al punto della distanza. Qui bisogna avvertire che la linea M *m* potrebbe in due maniere fare angolo di gradi 45 colla linea del piano. Se essa sarà inclinata nel modo che l'abbiamo ora considerata, la linea di prospettiva sarà diretta al punto della distanza D; ma se la sua inclinazione fosse dall'altra parte, allora la linea di prospettiva sarebbe diretta ad un altro punto della linea orizzontale tanto lontano dal punto F, quanto lo è il punto D, ma dalla parte opposta, cioè in *d*, il qual punto dovrà similmente riguardarsi come punto della distanza, essendo, come si disse da principio, indifferente cosa il prendere il punto della distanza o dall'una parte, o dall'altra del punto principale, purchè F D o F *d* sia eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, e purchè il quarto di cerchio che serve per la costruzione, si descriva rispetto al punto L dalla parte opposta a quella in cui fu preso il punto della distanza rispettivamente al punto principale. Veggasi la figura 5, in cui si è disegnato in prospettiva un pavimento diviso in quadrati che hanno l'angolo rivolto alla linea del piano; e perchè i lati di ciascun quadrato fanno angolo di 45 gradi colla linea del piano,

due da una parte e due dall'altra, si vede che le linee prospettive sono convergenti ai due punti della distanza D *d*.

6. Una linea che nel piano geometrico sia parallela alla linea del piano, disegnata in prospettiva rimane parallela alla medesima. Si consideri che la prospettiva di una linea altro non è che la sezione che fa la parete di un triangolo, il quale ha per base la linea obbiettiva, e che essendo questa parallela alla parete, non potrà a meno di non essere ancora parallela alla sezione; la quale per conseguenza sarà parallela alla linea del piano. Lo stesso dovrà dirsi di qualunque altra linea parallela alla linea del piano. Per tanto valendoci di una forma di dire che corrisponda alle espressioni antecedenti, stabiliremo, che siccome le altre linee parallele concorrono in prospettiva ad un punto della linea orizzontale, così queste si facciano convergenti ad un punto posto a distanza infinita dal punto principale. Veggasi la figura 3; in cui i lati dei quadrati, che sono paralleli alla linea del piano, rimangono ad essa paralleli trasportati nel piano di prospettiva.

7. Resterebbero da considerare nella prospettiva i punti di convergenza per quelle linee obbiettive che sono parallele fra loro, e fanno angolo colla linea del piano maggiore o minore di gradi 45; ma giacchè il farlo con brevità e chiarezza dipende da alcune proposizioni che spiegheremo nel seguito, per non perdere il tempo inutilmente ci contenteremo per ora di quanto ne abbiamo detto, che crediamo sufficiente per formare una giusta idea

della icnografia prospettiva. Avvertiremo solamente che detti punti di convergenza, che chiamansi *punti particolari o accidentali*, e che cadono sempre sulla linea orizzontale, non compariranno mai sul disegno come quelli che, corrispondendo a punti obbiettivi infinitamente lontani dall' occhio, sono a noi invisibili. In prova di ciò osserviamo la figura 1, e fingiamo che in essa il punto M vada trascorrendo sul piano geometrico allontanandosi sempre dal piano di prospettiva. Per tal moto la linea visuale taglierà il piano in un punto Z, il quale sempre si andrà accostando alla linea orizzontale D F senza mai giungervi, se non quando fosse il punto M ad una infinita distanza, per cui diverrebbe O M parallela al piano geometrico. Con ciò si viene a comprovare, qualunque pianta, sia quanto mai può essere estesa, trasportata nel piano di prospettiva, contenersi tra la linea del piano e la linea orizzontale; onde a chi non avesse altro a fare che mettere in prospettiva una pianta, basterà al suo disegno quello spazio che resta fra le due linee fondamentale e orizzontale.

8. Nell' altra Sezione abbiamo indicato un altro genere di prospettiva, che sebbene poco serva alla pratica, merita però di essere considerato. Sia un oggetto tra l' occhio e la parete, come per esempio una linea N M (Fig. 11) perpendicolare al piano geometrico. La pianta di essa è il punto M, che si vuole ora disegnare sulla parete, riserbandoci poi a parlare nella seguente Sezione della prospettiva di tutta la linea. È manifesto, che condotta O M, e

prolungata fino a che incontri la parete in un punto Z, si avrà in Z la prospettiva di M. Da M conducasi la linea M L perpendicolare alla linea del piano L Q per avere il punto L d'incidenza. Dal punto principale F si tiri F L, che prodotta sotto la linea fondamentale non potrà a meno di non incontrare il punto Z; e qui vale la stessa ragione che si è addotta (§ 1) per l'altra prospettiva. Considerando poi i due triangoli simili Z L M, Z F O, troveremo essere F Z : L Z come le due distanze dell'occhio e del punto M dalla parete. Prendendo la prospettiva a questo modo, si vede chiaramente che qualunque punto della icnografia, che supponiamo ora descritta tra l'occhio e la linea fondamentale, va necessariamente a cadere da quella parte della parete che si distende sotto il piano geometrico, e che quando il punto M o altro fosse più distante dalla parete, che non è l'occhio, la linea O M non incontrerebbe più la parete se non quando fosse prolungata dalla parte superiore, nel qual caso il punto trovato non sarebbe che impropriamente la prospettiva del punto M.

9. Passando alla figura secondo che se la propongono i disegnatori, sia D F (Fig. 12) la linea orizzontale, e Q L la linea del piano. Qui pure conviene riflettere, che per ottenere la presente disposizione, si fa conto che la parete della precedente figura raggirandosi intorno alla linea fondamentale verso S siasi adattata col piano geometrico, per cui debba il punto obbiettivo M trovarsi superiore alla linea Q L. Da M si tiri la perpendicolare M L,

e per L si tiri L F, e si prolunghi indefinitamente. Si prenda poi L Q eguale ad M L, ma con ordine contrario a quello che si è fatto per l'altro metodo di prospettiva; imperocchè bisogna ora che Q cada rispetto ad L dalla medesima parte in cui si è preso il punto D rispetto ad F. Condotta poscia per D e per Q la linea D Q, ove queste s'incontreranno in Z si avrà il punto cercato di prospettiva. La ragione è manifesta per essere con questa costruzione F Z : F L come la distanza dell'occhio alla distanza del punto obbiettivo dalla parete. Che se mai succedesse che L Q oppure M L fosse eguale o maggiore di F D, cioè se fosse la distanza dell'oggetto dalla parete eguale o maggiore di quella dell' occhio, le due linee D Q, F L o non s'incontrerebbero, o s'incontrerebbero dalla parte superiore, siccome abbiamo poc' anzi avvertito, e allora il punto trovato non avrebbe nella pratica alcun uso.

SEZIONE TERZA

Della Ortografia.

1. Abbiasi un punto superiore al piano geometrico, di cui si vuole segnare la prospettiva. Se ne determini in primo luogo la pianta colla perpendicolare condotta sul piano geometrico, e poi si faccia la prospettiva di essa pianta secondo il metodo esposto nella precedente Sezione. Preparate le cose a questo modo, si troverà con una semplice costruzione la prospettiva

del punto dato; ma per ben intendere l'operazione conviene premettere alcune notizie. Sia N (Fig. 1) il punto dato, da cui condotta sul piano inferiore la perpendicolare N M si ha la pianta in M, essendo l'altezza N M. Condotte le visuali O M, O N, che taglino la parete in Z, X, sarà Z la prospettiva di M, X di N, e X Z dell'altezza N M. Si noti che la linea X Z è parallela ad M N per essere comune sezione del triangolo O M N, e del piano di prospettiva, a cui N M è parallela; onde la detta X Z sarà perpendicolare al piano geometrico, ed insieme alla linea fondamentale L Q; e però trovato il punto Z, come si è fatto nella figura 2, se per esso si tirerà una linea perpendicolare alla linea fondamentale, questa passerà necessariamente per il punto che è prospettiva di N. Si noti in oltre, che come sta O M : O Z :: M N (altezza dell'oggetto N) : Z X (altezza prospettiva). La ragione di O M : O Z è la stessa che la ragione di F L : F Z, mentre per la similitudine dei triangoli O Z F, Z M L sono Z O : Z M :: F Z : Z L; e componendo O M : O Z :: F L : F Z; e però F L : F Z come l'altezza vera all' altezza prospettiva. Veniamo ora alla pratica. Sia il punto M (Fig. 6) la pianta di un punto superiore al piano geometrico, di cui sia data l'altezza. Trovato il punto Z che sia prospettiva del punto M, e prolungata M L fino in N, di modo che N L eguagli l'altezza data, si tiri la linea F N; indi per Z si tiri una linea Z X parallela alla L N, e per conseguenza perpendicolare alla linea fondamentale. Per le cose dette, il punto cercato

dovrà trovarsi nella linea ZX; e perchè nei triangoli simili FLN, FZX abbiamo FL : FZ :: LN (altezza vera) : ZX, resta dimostrato essere ZX l'altezza prospettiva, e X il punto che si cerca.

2. Per segnare sulla parete qualunque altro punto superiore al piano geometrico, sarà d'uopo ripetere la stessa costruzione; onde se ad alcuno paresse che la descrizione di tante linee fosse d'imbarazzo al disegno, potrebbe far a parte in un foglio separato la predetta costruzione, e quindi trasportare a suo luogo le linee ritrovate. Oppure si prolunghino le due linee fondamentale e orizzontale o a destra o a sinistra, oltre a quello spazio che appartiene al disegno da eseguirsi, e si tiri (Fig. 7) qualunque linea ER, che tagli l'una e l'altra delle predette linee nei punti E, R, e si descriva un'altra qualunque linea indefinita RN. Fatta la prospettiva della pianta, si prendano sopra RN le altezze dei punti obbiettivi, e sia per esempio RN l'altezza di quel punto che insiste sopra il piano geometrico in M, e si congiunga EN. Per Z si tiri Z*z* parallela alla linea orizzontale; oppure, non essendo d'uopo descriverla attualmente, si noti il punto *z*, che nella linea ER corrisponde a Z per mezzo di una riga posta in situazione parallela alla linea orizzontale; indi si faccia *zx* parallela ad RN, e si trasporti in ZX, di modo che stia perpendicolarmente alla linea del piano. Dico essere ZX l'altezza prospettiva che si cerca. E in vero essendo le due linee FL, ER divise in parti proporzionali dalla Z*z*, come FL :

F Z : : E R : E z; e perchè E R : E z : : R N : zx, sarà pure F L : F Z : : R N (altezza vera dell'oggetto) : zx (altezza prospettiva). Si pone sotto gli occhi la pratica di questo metodo colla figura 8, la quale rappresenta un cubo, che ha per base o pianta il quadrato M, e per altezza R N eguale a ciascun lato della base. Descrivasi in primo luogo la prospettiva della pianta in Z; e giacchè tutti i lati retti al piano geometrico sono eguali tra loro, lo stesso triangolo E R N servirà per determinare ciascuna altezza apparente, purchè R N sia eguale all'altezza del cubo; onde condotte da ciascun angolo del quadrilatero digradato Z le linee parallele alla linea orizzontale, ove queste tagliano E R, si avranno per mezzo delle parallele alla R N le altezze apparenti o prospettive dei lati che soprastanno a ciascun angolo del quadrilatero Z. Descritte poi le dette altezze apparenti, si congiungano i punti estremi con linee rette, e sarà compita la prospettiva del cubo. Trattandosi di un solido che non può vedersi tutto intiero, sarebbe inutile disegnare quelle linee che restano coperte dai piani anteriori.

3. Per disegnare in prospettiva un prisma obbliquo, sebbene sia più lunga l'operazione, è però conforme alle regole precedenti; imperocchè descritti in prospettiva i lati del prisma, i quali ora supponiamo inclinati al piano geometrico, ove prima erano ad esso perpendicolari, e congiunti i punti estremi con linee rette, resterà compita la prospettiva di tutto il solido. La differenza dunque di queste due operazioni consiste nell'eseguire la prospettiva

di una linea inclinata, che prima supponevasi retta al piano geometrico. Essendo perpendicolare la linea, fatta la prospettiva di quel punto che tocca il piano geometrico, si ottiene nello stesso tempo sulla parete la prospettiva della pianta dell' altro punto estremo della medesima linea; indi si procede come nell'articolo precedente: ma se la linea è inclinata, fatta la prospettiva di quel punto che insiste sul piano geometrico, non per questo si ottiene sulla parete la pianta dell' altro punto estremo, la quale abbisogna per condurre a fine la costruzione. Per la qual cosa dovrà segnarsi per mezzo di una perpendicolare condotta dal punto obbiettivo sul piano geometrico la pianta, la quale trasportata sulla parete servirà unicamente per trovare colla lunghezza data della perpendicolare, trasportata anch'essa sulla parete, il punto di prospettiva superiore al piano geometrico che si cerca. Trovato che si abbia detto punto, dovrà poi cancellarsi la pianta che si era segnata sulla parete, come pure l'altezza; imperocchè non corrispondendo queste ad alcun punto o linea dell'oggetto, non debbono comparire nel disegno. Sarebbe utile in questi casi, per rendere l'operazione più spedita, valersi di un metodo il quale insegnasse di fare la prospettiva di un punto superiore al piano geometrico, senza che bisogno vi fosse di segnare sulla parete la pianta e l' altezza. Il problema non è difficile, e potrebbe risolversi in più maniere. Noi ne daremo ora la seguente soluzione.

4. Proponendosi alla mente ciò che si fece

colla figura 6 per mettere in prospettiva qualunque punto superiore al piano geometrico, s'intenderà facilmente che il detto punto come X non può a meno di non trovarsi sulla linea F N, ove questa resta divisa in due parti che hanno fra loro la ragione di F Z : Z L, cioè (§ 1, Sez. II) della distanza dell'occhio alla distanza del punto obbiettivo dalla parete. Pertanto sia dato (Fig. 9) un punto superiore al piano geometrico, e sia M la pianta di esso. Si conduca M L perpendicolare alla linea del piano, e prolungandola fino in N, si faccia L N eguale all'altezza del punto dato. Si tiri dal punto principale F la linea F N, e sulla linea orizzontale essendo il punto della distanza in D, si prenda D I eguale ad L M. Si congiungano i punti I, N, e per D si tiri una parallela ad I N; ove questa incontra F N in X, dico essere ivi il punto cercato. Abbiamo poc'anzi mostrato che il punto X, prospettiva del punto obbiettivo dato, trovasi necessariamente in quel punto della linea F N, il quale divide essa linea nella ragione delle due distanze dell'occhio e del punto obbiettivo dalla parete; ma qui per la similitudine dei triangoli abbiamo F X : X N :: F D (distanza dell'occhio) : D I (distanza del punto obbiettivo); dunque il punto X, così determinato, è quello che corrisponde all'oggetto, senza che vi sia stato bisogno per ritrovarlo di segnare sulla parete e la pianta e l'altezza prospettiva. Mi sono servito di questo metodo per disegnare in prospettiva un solido obbliquo, come può vedersi nella figura 10, in cui però mancano molte linee che hanno servito

per la costruzione, le quali si sono ommesse per non cagionare troppa confusione. Il prisma ha per base il quadrato M, e per altezza una linea eguale ad L N. Essendo tutti i lati egualmente inclinati al piano della base, cioè al piano geometrico, se dai punti estremi dei detti lati, che formano il quadrato opposto alla base, s'intenderanno le perpendicolari al piano geometrico, avremo le piante dei punti estremi delle linee inclinate, e queste congiunte con linee rette comprenderanno un altro quadrato *m* eguale al M. Si faccia prima la prospettiva del quadrato M secondo le regole della icnografia, indi col metodo poc'anzi spiegato si faccia la prospettiva dei punti estremi dei lati inclinati che constituiscono il quadrato opposto alla base, de' quali punti è data la pianta per mezzo del quadrato *m*, e l'altezza per mezzo della linea L.N. La figura mostra la sola costruzione che riguarda il punto sopra H; essendo D I eguale ad H L; e ciò basta per intelligenza di tutta l'operazione.

5. Pare che appartenesse a questa Sezione il considerare quale sia per essere la prospettiva di quelle linee obbiettive che sono parallele tra loro, ed inclinate in qualsivoglia modo al piano geometrico; ma giacchè le notizie che si hanno fin qui, non sono sufficienti per fare speditamente una tale ricerca, ne tratteremo a parte nella seguente Sezione; e intanto avvertiremo, che se l'altezza di un solido fosse maggiore dell'altezza dell'occhio, la quale è sempre eguale alla distanza tra la linea orizzontale e la linea del piano, la prospettiva di esso

sopravanzerebbe la linea orizzontale; se fosse eguale, i lati del solido in prospettiva andrebbero a terminare alla linea orizzontale; e se fosse minore, la prospettiva di esso resterebbe tra la linea orizzontale e quella del piano. La costruzione stessa si fa vedere chiaramente; perchè se LN (Fig. 9) è maggiore della distanza tra le due linee orizzontale e fondamentale, tutta la FN si estende sopra l'orizzontale, ed insieme il punto X resta superiore ad essa linea. Se LN è eguale, la FN coincide colla orizzontale, ed insieme il punto X; e finalmente il punto X resta di sotto, se LN è minore. Tenendo dietro a tutte le altezze possibili di LN, viene ancora da considerarsi il caso che essa sia nulla, e ciò avviene quando il punto obbiettivo si trova sul piano geometrico; onde questo metodo, che è stato proposto per l'ortografia, potrà ancora servire per l'icnografia. Infatti se LN è nulla, il punto N cade in L, e la linea FN in FL, e compiendo la costruzione la linea FL, cioè la linea condotta per il punto principale e il punto d'incidenza, resta divisa in ragione delle due distanze dell'occhio e del punto obbiettivo dalla parete, che è, quello che si richiede per trovare la icnografia prospettiva, come si disse (§ 1, Sez. II). Questo metodo, che, come abbiamo veduto, abbraccia l'ortografia insieme e la icnografia, può rendersi ancor più generale, applicandolo a certi casi che finora non abbiamo considerati, cioè quando il punto obbiettivo sia collocato sotto il piano geometrico, perchè allora invece di prendere LN eguale all'altezza,

la prenderemo eguale alla bassezza dandole una direzione contraria, e il rimanente della costruzione si farà come prima. Non starò ora a dimostrar ciò, perchè sarà facile a chi che sia il ritrovarne la ragione tenendo dietro all' ordine dei discorsi precedenti.

6. Nel secondo genere di prospettiva, per cui si suppone l' oggetto tra l'occhio e la parete, essendo NM (Fig. 11) la linea obbiettiva, ed XZ la prospettiva, è facile il provare che NM sia ad XZ, come la distanza del punto M alla distanza dell' occhio dalla parete; onde passando alla figura (12) adattata al comodo di chi disegna, se sopra il punto d' incidenza si alzerà la perpendicolare LN eguale alla linea obbiettiva, e sopra Z una linea parallela ad LN, che vada ad incontrare quella che sia condotta per F e per N, avremo la XZ prospettiva della linea data. Nelle presenti circostanze una linea obbiettiva perpendicolare al piano geometrico è sempre minore della linea prospettiva, succedendo tutto il contrario nell' altro genere di prospettiva. Ci dispenseremo ora da' molte riflessioni che si potrebbero fare, perchè, come abbiamo detto, questo metodo rarissime volte può aver uso in pratica. Formandosi un disegno secondo questa supposizione dell' oggetto tra l' occhio e la parete, verrebbe esso ad occupare parte del piano della parete inferiore alla linea fondamentale. Chi volesse supporre il piano geometrico come un pavimento che si congiungesse ad un muro il quale facesse le veci della parete, non potendosi rimovere il pavimento, resterebbe impedita

la vista di ciò che fosse descritto sotto di esso; onde allora si potrebbe pretendere che il disegno degli oggetti fosse fatto sul pavimento stesso, e non sulla parete, lasciando a questa la sola parte della prospettiva che sopravanza la linea fondamentale. Non ostante che qui abbia luogo una tale riflessione, io credo superfluo il dimostrare ciò che si avesse a fare per compire il disegno, giacchè nel trattare delle ombre dei corpi diremo quanto basta per soddisfare alla presente ricerca.

SEZIONE QUARTA

Della prospettiva delle linee convergenti e delle linee parallele.

1. Sebbene i teoremi generali non sieno il più delle volte utili alla pratica, se non in quanto che col restringerne l'ampiezza si riducono a que' casi particolari de' quali il pratico abbisogna, pure non può negarsi che non giovino molto per intendere la connessione e il rapporto che hanno le cose fra loro, e per formare un' idea compita della scienza. Per questa ragione non crederò fuor di proposito il considerare in termini generali quale apparenza sieno per avere quelle linee obbiettive che concorrono ad un medesimo punto, e quelle che sono tra loro parallele. Poniamo che due o più linee (Fig. 13) concorrino ad un punto N posto di là dalla parete rispetto all'occhio O. Tirisi la linea ON, ove questa taglia la parete

in X, si avrà quivi il punto a cui concorrono le linee prospettive. La cosa non può essere altrimenti; perchè essendo il punto N comune a tutte le linee obbiettive, anche il punto di prospettiva in X sarà comune a tutte le linee prospettive, le quali perciò saranno convergenti al punto X. La ragione per sè è chiarissima; pure se la vorremo tale che si adatti a tutti i casi possibili, si consideri che ciascuna linea obbiettiva è base di un triangolo fatto dalle linee visuali che partono dal punto O; che i piani di questi triangoli hanno per loro comune sezione la linea O N; che la parete intersecando i predetti piani, taglia altresì la linea della comune loro sezione in un punto, il quale sarà il concorso delle linee prospettive, cioè di quelle linee che si formano per la sezione della parete con ciascun piano triangolare. Da questa dimostrazione ne segue, che se il punto a cui concorrono le linee obbiettive cadesse tra la parete e l'occhio, come in M, condotta O M, e prolungata fino che tagli il piano della parete in Z, si avrebbe in Z il punto del concorso delle linee prospettive. Servirà la stessa costruzione, se le linee obbiettive fossero dirette ad un punto come R più lontano dalla parete, che non è l'occhio, perchè per avere il punto della convergenza delle linee prospettive, basterà condurre per R e per O una linea, e notare quel punto Y che essa incontra nella parete.

2. La proposizione può rendersi ancor più generale; imperocchè non solo le linee obbiettive convergenti ad un medesimo punto si fanno

convergenti ad un punto nel piano di prospettiva, ma ancora tutte le linee che vanno ad incontrare la stessa linea O N che passa per l'occhio O. Immaginiamoci altre linee obbiettive oltre quelle che concorrono al punto N, le quali incontrino in qualsivoglia punto la linea O N; dico che tutte le loro linee prospettive saranno convergenti al punto X, valendo la stessa ragione poc' anzi addotta per le linee che concorrono al punto N.

3. È degno d'osservazione potere qualche volta succedere che due o più linee convergenti ad un punto abbiano le linee prospettive tra loro parallele. S' intenda per O condotto un piano parallelo al piano della parete. Le linee obbiettive convergenti ad un punto, qualunque egli sia, di detto piano, avranno le linee prospettive tra loro parallele. Seguendo la costruzione che si è poc' anzi spiegata, conviene condurre per l'occhio O, e per il punto a cui sono dirette le linee obbiettive, una retta linea, e questa prolungarla fino a che tagli la parete; ma giacchè i predetti due punti sono in un piano parallelo alla parete, sarà pure ad essa parallela la linea descritta, e però non l'incontrerà mai; oppure, se vogliamo parlare col linguaggio conceduto ai geometri, l'incontrerà ad una infinita distanza. Per la qual cosa essendo le linee prospettive dirette a un punto infinitamente lontano, saranno tra loro parallele, e avranno tutte la stessa inclinazione colla linea fondamentale. Per conoscere questa inclinazione, immaginiamoci un piano H G (Fig. 14) che passi per l'occhio, e che sia parallelo

alla parete, e sia in esso un punto N, a cui concorrano quante linee si vuole. Sia OF il raggio principale, e sia NX condotta perpendicolarmente all'uno e all'altro piano, e si prolunghi oltre la parete in Q; indi si congiungano i punti F, X. Egli è chiaro che la prospettiva di QX giace nella linea FX; imperocchè descrivendosi OQ, deve questa necessariamente trovarsi nel piano del rettangolo FN, e tagliare FX in un qualche punto Z. Abbiamo dunque XZ prospettiva di QX, e prolungando XZ fino alla linea fondamentale, avremo l'angolo in A eguale alla inclinazione di XZ, e di tutte le linee prospettive corrispondenti a quelle linee che concorrono al punto N. Per O e per N si tiri ON, che tagliando la BG in un punto B farà ivi un angolo eguale all'angolo in A, giacchè per essere parallele le due linee FX, ON incontreranno con eguale inclinazione il piano geometrico ne' due punti A, B. Ora pertanto chi vuol sapere la inclinazione delle linee prospettive, basta condurre per l'occhio O e per il punto N una retta, la quale, per le cose dette, farà un angolo in B, cioè un angolo col piano geometrico eguale alla inclinazione cercata. Valendo questa costruzione quando si tratta di più linee che concorrono ad un medesimo punto, come N, dovrà pure valere trattandosi di una sola linea, di cui si cerchi la inclinazione che avrà nel piano di prospettiva colla linea fondamentale. Imperocchè essendo notato il punto, come N, ove la linea data incontra il piano HG, ed essendo condotta una linea per l'occhio O e

per N, resta dimostrato, per ciò che si è detto, essere la inclinazione di questa linea col piano geometrico eguale alla inclinazione della linea prospettiva.

4. Per trarre tutto quel vantaggio che si può dalle cose dette in questa Sezione, ci proporremo ora come problema di trovare sulla parete quel punto a cui concorrono le linee prospettive, essendo data di posizione la retta linea (Fig. 15) che passa per l'occhio O e per il punto N, ove concorrono le linee obbiettive. Questa linea ON sia data di posizione per mezzo di due angoli che ora indicheremo. Si prolunghi ON fino al piano geometrico in Q. Per Q e per S punto della stazione si tiri QS sul piano geometrico che incontri la linea fondamentale in L. Chiamerò questa linea QL *base* o *pianta* della QN, perchè se da ciascun punto di QN si fanno cadere sul piano geometrico delle perpendicolari, si viene a disegnare QL. Posto che sia dato l'angolo che fa la base in L colla linea fondamentale, e che sia dato l'angolo OQS inclinazione di QN col piano geometrico, e che in oltre si sappia da qual parte rispetto all'occhio la linea QN incontra il piano geometrico, la posizione della linea QN non può essere che una sola, e però resta determinata. Per trovare con questi dati e col mezzo di una costruzione fatta sulla parete il punto X prospettiva di N, avvertiremo in primo luogo, che condotta OA dall'occhio a quel punto della linea orizzontale, per cui passa LX, l'angolo OAF si fa eguale all'angolo dato in L, giacchè oltre all'essere parallele

la linea orizzontale e la fondamentale, sono pure parallele le due O A, S L lati opposti del rettangolo A O S L. In secondo luogo, che l'angolo A O X è eguale all' angolo dato in Q per le stesse parallele A O, L Q. Nel punto principale F si alzi sulla parete la linea F P ad angoli retti colla linea orizzontale, ed eguale alla distanza F O, e si tiri P A. I due triangoli P F A, A O F sono eguali per essere rettangoli in F, e per essere F P eguale ad F O, e F A comune, onde avremo A O eguale ad A P, e l'angolo P A F eguale all' angolo F A O; per la qual cosa se sarà condotta da P una linea per modo che colla orizzontale faccia un angolo eguale all' angolo F A O, o all' angolo dato L, essa necessariamente incontrerà la linea orizzontale nel punto A. Si prenda A G eguale ad A P, e si congiunga G X. I triangoli X A G, X A O sono eguali, perchè sono rettangoli in A, e perchè A G è eguale ad A O ed A X comune, e però l'angolo in G eguale a X O A, cioè all' angolo dato Q. Onde se trovato il punto G sarà condotta una linea G X con angolo eguale al dato Q, essa necessariamente incontrerà la linea A X nel punto cercato X.

5. Per poco che si rifletta a questa costruzione, si manifesta essere cosa indifferente il descrivere F P o di sopra o di sotto della orizzontale, perchè dovendosi determinare il punto A, basta che l'angolo in F sia retto, e che sia l'angolo opposto a P F eguale al dato L. Non così potrà dirsi della linea A X, e di tutto il triangolo A G X, perchè se la linea O X che

passa per l'occhio O, invece d'incontrare il piano geometrico in un punto più lontano, che non è il punto S dalla parete, lo incontrerà in un punto più vicino, oppure in un punto che si trovi di là dalla parete, allora il punto X con tutto il triangolo XAG cadrà di sotto alla linea orizzontale. Ma qui, senza perdere tempo in descrivere tutti i casi possibili che ponno occorrere, e che ciascuno scoprirà senza difficoltà, trasporteremo la presente costruzione alle figure 16, 17, quali se le sogliono rappresentare i prospettivi ne' loro disegni. Sia F il punto principale, FA la linea orizzontale, LK la linea del piano. Sia data di posizione quella linea che passa per l'occhio e per il punto ove concorrono molte linee obbiettive. In F si alzi la perpendicolare FP eguale alla distanza dell'occhio; e si tiri PA di modo che l'angolo PAF sia eguale all'angolo che fa la base della linea data di posizione colla linea del piano. Come, per esempio, se HR fosse la base della data linea, converrà descrivere la PA in modo che sia parallela ad HR, perchè così facendo si avrà l'angolo in A della misura che si richiede; e il punto A cadrà da quella parte rispetto ad F, che esige la presente supposizione. In A si descriva la perpendicolare AX, indi presa AG eguale ad AP, si tiri per G una linea che faccia colla orizzontale un angolo eguale alla inclinazione della linea data col piano geometrico. Il punto X trovato per la intersecazione delle due linee GX, AX è quello appunto che si cerca. Per conoscere da qual parte debba cadere il punto X rispetto alla linea

orizzontale, e però se abbia a servire per regola della costruzione la figura 16 o la 17, è necessario riflettere da qual parte rispetto all'occhio incontri il piano geometrico la linea data di posizione. Imperocchè se lo incontra da quella parte ove sta la parete, si farà la costruzione come mostra la figura 17, e se dalla parte opposta, servirà di regola la figura 16.

6. Passando a trattare della prospettiva delle linee parallele, ci riuscirà comodo il riguardarle come linee che concorrano ad un punto infinitamente lontano per valerci degli stessi metodi che abbiamo ora spiegati; e siccome si è dimostrato che tutte le linee che concorrono a qualunque punto N della linea ON (Fig. 13) sono in prospettiva convergenti al punto X, ciò deve verificarsi ancora nel caso che si supponga essere il punto N ad una infinita distanza dal punto O. Giacchè però tutte le linee che concorrono colla ON ad una infinita distanza sono tra loro parallele, e altresì parallele alla ON, avranno la stessa inclinazione col piano geometrico, e le loro basi faranno angoli eguali colla linea fondamentale. Onde senza avere alcun riguardo a quella linea che passa per l'occhio, data che sia la posizione di una delle parallele, questa notizia basterà per trovare sulla parete il punto ove concorrono le linee prospettive. Ritornando alle figure 16, 17, immaginiamoci una linea obbiettiva che s'innalzi in qual modo si vuole sopra il piano geometrico, la quale incontri il piano in un qualche punto come R, e abbia per base una linea come HR L'angolo che forma la linea obbiettiva

colla base in R sarà l'angolo della sua inclinazione; e prolungandosi la base HR fino alla linea del piano, si avrà in L l'angolo della base colla linea del piano. Con questi due angoli, che sono comuni a tutte le altre linee, le quali si suppongono parallele alla linea data, si determinerà il punto X, come si è fatto per le linee convergenti. In F si alzi una perpendicolare FP eguale alla distanza dell'occhio. Per P si tiri PA parallela ad HL per avere l'angolo PAF eguale all'angolo HLK. Si prenda AG eguale ad AP, e per A si descriva ad angoli retti colla orizzontale una linea, e un' altra se ne descriva in G che faccia un angolo eguale alla inclinazione della linea obbiettiva; ove s'incontreranno queste due linee in X, ivi si avrà il punto del concorso di tutte le linee prospettive, come si raccoglie dalle cose dette negli articoli precedenti. Qui pure conviene avvertire che il punto X può cadere e sopra e sotto l'orizzontale come nelle linee convergenti. Per ben distinguere questi casi differenti che dipendono dalla posizione della linea data, proporremo ora questo esame nel supposto che abbiamo fatto, che la linea data incontri il piano geometrico nel punto R trovandosi la parete tra l'occhio e il detto punto. Si consideri la inclinazione di questa linea, per cui o sarà ottuso l'angolo dalla parte di L, o sarà acuto. Essendo ottuso l'angolo, egli è manifesto che quella linea fra tutte le parallele possibili, la quale passa per l'occhio, andrà ad incontrare il piano geometrico in un punto che avrà maggiore distanza dalla parete di quella

dell' occhio, onde il punto X cadrà sopra la linea orizzontale, valendo lo stesso raziocinio che si è fatto per le linee convergenti. Che se l' angolo in R fosse acuto verso L, giacchè la parallela condotta per l' occhio incontrerebbe il piano geometrico in un punto che rispetto all'occhio si troverebbe da quella parte ove sta la parete, è forza che il punto X cada sotto l' orizzontale. Insomma per decidere della situazione del punto X, bisogna ricorrere a quella parallela che passa per l' occhio, ed esaminare da qual parte essa incontri il piano geometrico, giacchè da questo dipende il luogo del punto X.

7. Accade spesso a chi disegna di dovere mettere in prospettiva una serie di frontispizi rettilinei, i quali essendo simili somministrano molte linee rette fra loro parallele, ed inclinate al piano geometrico. Gioverà per facilitare l' operazione il trovare il punto a cui in prospettiva concorrono le linee predette. Sia per esempio (Fig. 16) HR la icnografia di un muro che abbia uno o più ordini di finestre coi frontispizi rettilinei. Ciascun frontispizio può riguardarsi come un triangolo in cui i due lati che si alzano sopra la base fanno con essa angoli eguali in tal modo però che un lato sia nella serie di quelle linee che rivolgono l'angolo acuto verso la parete, mentre le linee che formano l'altro lato rivolgono l'angolo ottuso. Non ostante questa diversa posizione trovasi per le une e per le altre la stessa linea della base, la quale essendo parallela al muro, può servire nella presente costruzione per linea della base la

stessa linea HR; onde condotta per P la PA parallela ad HR, e presa AG eguale ad AP, resta solo da descrivere in G una linea che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello che fanno le linee dei frontispizi colla base o sia col piano geometrico. Questo angolo, secondo Vitruvio, è di gradi ventidue e mezzo, onde condotta in G una linea che faccia colla orizzontale il predetto angolo, ove questa incontra la perpendicolare che passa per A, ivi si avrà il punto cercato. Perchè abbiamo ora due ordini di linee parallele, delle quali le une rivolgono l'angolo acuto verso la parete, e le altre l'angolo ottuso, due saranno i punti che soddisfanno, uno superiore e l'altro inferiore alla linea orizzontale; e perchè l'angolo della inclinazione è eguale per tutte le linee, dovranno farsi eguali gli angoli in G col descrivere da questo punto due linee, una delle quali s'alzi, e l'altra s'abbassi egualmente sotto l'orizzontale; con che si rende manifesto che i due punti cercati si trovano nella stessa perpendicolare, ed egualmente distanti dalla linea orizzontale.

8. Ciò che si è detto (§ 6) supplirà a quello che abbiamo ommesso nella Sezione seconda e terza, mentre può servire a mettere in chiaro lume quale sia la legge con cui le linee parallele per cagione della prospettiva si trasformano in linee convergenti. E in primo luogo supponiamo che le linee parallele abbiano ciascuna per base una linea RH perpendicolare alla linea del piano. Per la costruzione è manifesto che il punto A coinciderà col punto F, e che

il punto X cadrà nella linea FP prodotta indefinitamente e di sopra e di sotto della orizzontale. Dunque nel caso presente il punto di convergenza di tutte le linee prospettive si trova in quella linea che passa per il punto principale, e che fa angoli retti colla orizzontale; e giacchè FG diviene ora eguale ad FP, se l'angolo della inclinazione, a cui si costruisce eguale l'angolo G, sarà semiretto, il punto di convergenza sarà distante dalla linea orizzontale, quanta è la distanza dell'occhio dalla parete. Nelle inclinazioni minori dell'angolo semiretto il detto punto si accosterà al punto F, e si allontanerà nelle maggiori. Se la inclinazione fosse nulla, cioè se le linee obbiettive giacessero nel piano geometrico, oppure fossero parallele al detto piano, il punto di convergenza cadrebbe nel punto F; dal che ne segue che tutte le linee perpendicolari al piano della parete poste in prospettiva si facciano convergenti al punto principale. Finalmente se la inclinazione fosse di gradi 90, il punto X, cioè il punto di convergenza si scosterebbe all'infinito dal punto F per cagione dell'angolo retto in G; lo che fa vedere che tutte le linee parallele fra loro e perpendicolari al piano geometrico rimangono parallele nella parete, e si alzano perpendicolarmente sopra la linea del piano.

9. Supponiamo in secondo luogo che qualunque linea RH faccia angolo semiretto colla linea del piano, il perchè sarà pure semiretto l'angolo PAF, ed FA eguale ad FP, e però il punto A cadrà nel punto della distanza. Dunque

nel caso presente tutte le linee prospettive si fanno convergenti ad un punto di quella linea che passa per il punto della distanza, e che è perpendicolare alla linea orizzontale. Se l'angolo della inclinazione, a cui è eguale l'angolo G, fosse nullo, cioè se le linee obbiettive fossero parallele al piano geometrico, il punto X cadrebbe nel punto A, e le linee prospettive diverrebbero convergenti al punto della distanza. Se la inclinazione fosse di gradi 90, e però retto l'angolo in G, tutte le linee prospettive concorrerebbero ad un punto infinitamente lontano dal punto A, e perciò sarebbero tra loro paralleie e perpendicolari alla linea del piano; lo che appunto si accorda con quello che per ultimo si è dimostrato nell'articolo precedente.

10. Finalmente se supponiamo che ciascuna base RH sia parallela alla linea del piano LK, giacchè PA si conduce parallela ad RH, si troverà il punto A ad una infinita distanza dal punto principale F, e il triangolo XGA sarà infinito. Per la qual cosa tutte le linee che sono convergenti al punto X, saranno parallele alla linea GX; ma l'angolo in G per costruzione è eguale all'angolo della inclinazione; dunque le linee prospettive egualmente che le linee obbiettive saranno tra loro parallele, e avranno la stessa inclinazione colla linea del piano che hanno queste col piano geometrico.

11. Nella seconda Sezione, dopo di avere dimostrato quella proposizione, che è il fondamento della icnografia prospettiva, abbiamo da essa dedotte alcune conseguenze che riguardano i punti particolari, o sieno que' punti a'

quali sembrano concorrere per cagione della prospettiva le linee parallele descritte nel piano geometrico. Le stesse conseguenze si sono ora dedotte in una maniera più universale; anzi se restringeremo il discorso alla sola icnografia, la costruzione eseguita nella figura 16 e 17 si renderà più semplice; imperocchè, trattandosi di linee che giacciono sul piano geometrico, e che perciò coincidono colle loro basi, e fanno con queste un angolo nullo, svanisce affatto il triangolo AGX, e il punto X coincide col punto A. Per trovar dunque il punto di convergenza rispetto alle linee parallele descritte nel piano geometrico, essendo (Fig. 18) F il punto principale, FX la linea orizzontale, LK la linea del piano, e HR una delle parallele descritta nel piano geometrico, si tiri FP ad angoli retti colla orizzontale, e di lunghezza eguale alla distanza dell' occhio, indi per P si tiri una parallela ad HR, il punto X che essa incontra nella orizzontale sarà il punto cercato. Per questa costruzione si riconoscerà facilmente quando il punto X cada nel punto principale, quando nel punto della distanza, e il tutto si troverà accordare con quello che si disse nella seconda Sezione.

SEZIONE QUINTA

Della Prospettiva delle ombre.

1. Per nome d'ombra suole intendersi dai pittori una superficie a cui sia impedito il lume

per la interposizione di un corpo opaco. Qualunque punto che spanda raggi di luce può dare occasione che si formino ombre; onde parlandosi in tutto rigore infinite sono le ombre che i corpi producono, giacchè essendo illuminati, ogni punto della loro scabra superficie spande raggi d'intorno, ed essendo opachi, sono d'impedimento alla propagazione del lume. Per la mescolanza delle ombre si scorgono le parti di ciascun oggetto altre più, altre meno oscure; anzi pare che tra i pittori questo termine d'ombra sia relativo, poichè la stessa superficie, che fosse mezzanamente illuminata rispetto ad un'altra che il fosse maggiormente, si prenderebbe per ombra, e quella stessa si direbbe esposta al lume rispetto ad una che fosse più oscura.

2. Egli è molto importante di ben conoscere la natura delle ombre, mentre da essa principalmente dipende l'arte della pittura. In fatti tutto si riduce a mescolanza di colori più o meno chiari, e possiamo dire ancora più o meno oscuri. Dal chiaro e dall'oscuro disposti con maestria si rappresentano le ombre che fanno parere il dipinto come di rilievo, e dal confine di un colore con un altro, o di un chiaro con un oscuro apparisce non solo il contorno di una figura, ma di ciascuna sua parte. Questa scienza della prospettiva poco può giovare per ciò che riguarda in generale la descrizione delle ombre, non tanto per colpa sua, quanto che mancano le notizie che debbono precedere le regole di prospettiva. Imperocchè sebbene fosse bastantemente nota la

disposizione di tutte le parti di un oggetto, non per questo sarebbe facile il conoscere tutte le condizioni delle ombre che si formano per le prominenze delle parti, ricevendo l'oggetto raggi di luce da tutti i corpi che sono a lui d'intorno; ed è assai manifesto che da questi riceve tanta luce, che se restasse privo dei raggi che provengono direttamente dal sole, basterebbe il lume riflesso per renderlo chiaramente visibile. Per descrivere queste ombre che si formano dai raggi riflessi, e che i pittori sogliono chiamare coi nomi di *chiaro-oscuro*, di *ombre sfumate* e di *sbattimenti*, niuna regola si può stabilire a vantaggio e comodo dei pratici. Che se vorremo considerare quell'ombra sola che si forma da un corpo opaco, allorchè si presenta a un corpo lucido che spande raggi d'intorno, come fa il sole e la luna, e qui fra noi una candela accesa, o altra simile fiamma, sarà più facile il dar precetti che giovino al prospettivo. Per meglio intendere ciò che siamo per dire, considereremo prima queste ombre come sono in se stesse senza riguardo a ciò che debbono comparire in prospettiva.

3. Sia un punto lucido in B, e sia (Fig. 19) un corpo in A C, che supporremo di figura sferica. Sieno condotte da B le tangenti come B A, B C, le quali ponno riguardarsi come raggi di luce che partono dal punto B. Queste tangenti condotte d'intorno al corpo formano una superficie conica che ha per vertice il punto B, e servono non solo per distinguere quella parte del globo che riceve lume,

da quella che non ne riceve punto, ma ancora per far vedere in qual modo e con qual direzione si propaghi l'ombra. Tutti i punti dentro il cono dalla parte rispetto al globo opposta al punto B non ponno ricevere lume, onde tutto ciò che s'incontra dentro alla detta superficie del cono rimane immerso nell'ombra. Lo stesso corpo A C essendo opaco, sarà da una parte illuminato e dall'altra oscuro, e i punti del contatto di quelle linee che formano il cono prescriveranno il confine della parte illuminata e della oscura. La superficie del globo rivolta verso il punto lucido non resta egualmente illuminata per la ragione che ciascun punto non riceve i raggi che vengono dal punto B colla stessa inclinazione. Per spiegar ciò più chiaramente, sia (Fig. 20) un punto lucido in B, e sia un piano in C A, e un altro in C D più obbliquo del primo rispetto ai raggi provenienti da B. Egli è certo che tolto di mezzo il piano C A, tutti que' raggi che illuminavano il piano C A serviranno ora a illuminare il piano C D, che per essere più obbliquo, sarà ancora più esteso dell'altro, onde la stessa luce dilatandosi per uno spazio maggiore diverrà più rara. Dunque per la maggiore obbliquità dovrà parimente succedere che nella superficie del globo vi concorra più luce verso il punto di mezzo, che verso i punti estremi A, C. Ho avvertito ciò, non già per proporre alcuna regola di distribuire i lumi nel dipingere, ma perchè così esigea la natura di ciò di cui si parla; imperocchè per distribuire i lumi non si hanno a considerare gli oggetti

come sono in se stessi, ma come appariscono; e chi guarda un globo illuminato, come si è detto, non vede il maggior lume nel punto di mezzo, ma bensì là dove la riflessione dirige il lume all'occhio, e potrebbe essere tale la situazione di chi guarda, che poco a lui paresse illuminato il globo nel punto di mezzo ove riceve maggior luce.

4. Quanto più lontano sarà il punto B dal globo AC (Fig. 19), tanto più si accosteranno ad essere tra loro parallele le tangenti BA, BC per cagione della diminuzione dell'angolo in B; di modo che se il punto B fosse ad una infinita distanza, sarebbero paralleli i raggi di luce da esso provenienti, e l'ombra invece di essere conica acquisterebbe la forma di cilindro.

5. L'ombra considerata a questo modo si trova per tutto della stessa densità, giacchè ciascun punto dentro il cono ombroso, o sia vicino al confine dell'ombra, o nel mezzo resta affatto privo di luce; onde se tale ombra incontrasse la superficie di un altro corpo, sopra di essa comparirebbe radente, cioè senza penombra. Non così potrà dirsi, se invece di un punto lucido ne supporremo altri ancora. Sieno per esempio due i punti lucidi B, *b* (Fig. 21). Condotte le tangenti per definire quelle ombre che ciascun punto cagiona, mescolandosi queste insieme, faranno sì che l'ombra totale non resti egualmente oscura in ogni sua parte. In fatti prolungandosi le due linee BA, *b*C, comprenderanno esse uno spazio in FAC*e*, dentro a cui non può insinuarsi per retta linea alcun raggio di luce proveniente o dal punto B,

o dal punto *b*. Prolungandosi poi le altre due linee B C, *b* A, si avranno due spazi F A *f*, E C *e*, dentro a' quali non cadranno se non i raggi provenienti da un sol punto, essendo intercetti quelli dell'altro; e se un piano ricevesse l'ombra in E *f*, vi si scorgerebbe una differente densità, essendo quanto può essere oscura l'ombra in F *e*, e meno oscura di qua e di là in E *e*, F *f*. Per ciò che ora si è detto, resta bastantemente distinta l'ombra dalla penombra, perchè nel caso proposto tutto il tratto F *e* appartiene all'ombra, e F *e* ed E *e* appartengono alla penombra, la quale essendo mescolata con alcuni raggi di luce, nè può dirsi ombra, e nè meno può andar del pari con quella luce, che non resta per alcun modo impedita dalla interposizione del corpo opaco.

6. La figura dell'ombra prodotta dai due punti lucidi B, *b*, e ricevuta sopra un piano, o si consideri unita alla penombra, o senza di essa, non potrà mai essere circolare. Per riconoscerne la forma, bisogna vedere in qual modo stieno le sezioni che si fanno dal piano E *f* sopra i due coni ombrosi. Essendo i due punti B, *b* egualmente lontani dal centro del globo, e fra loro distanti quanto è il diametro di A C, le due linee B F, *b e* saranno tra loro parallele, e la dimensione dell'ombra presa nel piano in cui si trovano i due punti B, *b* e il centro del globo, sarà sempre la stessa in qualunque distanza dal globo; ma la penombra si andrà dilatando nelle maggiori distanze. Se la linea B *b* fosse maggiore del predetto diametro, le linee B F, *b e* sarebbero convergenti

dalla parte dell'ombra, la quale perciò terminerebbe in un punto a quella distanza che richiedesse la proporzione tra il diametro del globo e la linea B *b*, ed insieme la distanza dei punti B, *b* dal globo A C. Oltre a quel punto separandosi i coni l'uno dall'altro, svanirebbe affatto l'ombra, e solo si vedrebbero sul piano due circoli, o piuttosto due ellissi egualmente oscure e divise fra loro, una delle quali sarebbe l'ombra del punto B, e l'altra del punto *b*; ma così l'una come l'altra dovrebbe dirsi penombra. Finalmente se B *b* fosse minore del diametro, le linee B F, *b e* sarebbero divergenti dalla parte dell'ombra, la quale perciò si andrebbe sempre dilatando nello scostarsi dal globo, e si estenderebbe all'infinito.

7. I corpi che tramandano tanta luce che sia capace di illuminare sensibilmente gli oggetti, non ponno riguardarsi come punti; onde sarà necessario che alle ombre sieno sempre congiunte le penombre: e per ben comprendere questa unione gioverà la teoria che abbiamo dato, sebbene non si sieno considerati se non due punti lucidi. Suppongasi pure che tra B, *b* vi sia una serie continuata di punti lucidi, oppure che essi non solo sieno disposti in una retta linea tra B, *b*, ma che compongano una superficie o circolo che abbia per diametro la linea B *b*; sarà sempre vero che niun raggio di luce potrà insinuarsi dentro lo spazio F A C *e*, e che l'ampiezza dell'ombra verrà definita nello stesso modo. Sarà pur vero che dentro l'angolo F A *f*, o E C *e* vi sarà qualche luce che mescolandosi coll'ombra cagionerà

la penombra. Questo solo conviene avvertire di più, che la penombra non sarà della stessa intensione per tutto, come dovea succedere nel caso precedente, ma si avrà una continuata degradazione, per cui la penombra diverrà più oscura quanto più ci accosteremo all' ombra, e più chiara quanto più ci scosteremo da essa. E la ragione è, perchè preso un punto come *h*, e condotte le tangenti intorno al corpo A C, queste incontreranno il corpo lucido, dividendolo in due parti, talmente che quella che resta verso B sarà incapace di tramandare raggi di luce al punto *h*, il quale però ne riceverà da tutta la parte che resta verso *b*; e siccome quanto più il punto *h* si accosterà ad *e*, tanto maggiore sarà la parte del corpo lucido che si nasconde dietro al corpo A C, così l' ombra verso *e* sarà più densa. Non sarebbe difficile assegnare con qual proporzione procedano questi gradi di densità, dovendo essere proporzionali ai segmenti del corpo lucido che fanno le linee tangenti; ma non essendo utili alla pratica queste ricerche, noi le tralascieremo. Anzi non credo nè men necessaria per la pratica una esatta descrizione delle penombre, bastando conoscere la direzione di ciascuna ombra, lo che si ottiene supponendosi che il corpo lucido sia come un punto. Per la qual cosa noi il supporremo tale; e chi volesse usar maggior diligenza, e valersi delle regole di prospettiva per determinare precisamente ancor le penombre, dovrebbe cercare ciascuna ombra particolare che producono diversi punti presi nel contorno del corpo lucido,

e dalla mescolanza di queste verrebbe in cognizione della penombra.

8. Essendo un corpo lucido in B (Fig. 22), che riguardo ora come un punto, ed una linea MN, di cui si vuole saper l'ombra projettata sul piano, a cui suppongo MN perpendicolare, dal punto B si tiri al piano la perpendicolare BC, e si descrivano BN, CM, prolungandole finchè s'incontrino in V. Dico essere MV l'ombra della linea MN. Per essere MN e CB perpendicolari al medesimo piano, si troveranno esse in un piano medesimo, in cui parimente vi sarà tutto il triangolo CVB; dal che ne segue che ciascun punto di MV debba restar nascosto al punto lucido B per la interposizione di MN, che è lo stesso che dire, l'ombra si propaga per tutta MV. Se l'altezza del punto lucido BC fosse eguale o minore di MN, l'ombra si estenderebbe all'infinito, perchè le due linee BN, CM non potrebbero mai incontrarsi dalla parte dell'ombra. Se la linea MN fosse inclinata al piano, converrebbe allora cercare l'ombra del punto estremo N, e poscia condurre pel punto ombroso ritrovato e per il punto M una linea, la quale darebbe l'ombra di una linea inclinata. Per trovar l'ombra del solo punto N bisogna supporre condotta da esso una perpendicolare sul piano, e determinare la lunghezza dell'ombra di questa linea, perchè il punto estremo di essa darà l'ombra del punto N. Stimo superfluo di spiegare come si determini l'ombra di un piano o retto o inclinato al piano CV; imperocchè trovata l'ombra di ciascun punto estremo di quelle linee

che chiudono il piano, e congiunti i punti ombrosi con linee rette, si avrà l'ombra di tutto il piano; e se si trattasse di un corpo solido, trovate le ombre dei piani che chiudono il solido, sarebbe pure descritta l'ombra di esso. Si vede dunque che il problema di trovare l'ombra di qualunque oggetto si riduce sempre a determinare la lunghezza e la direzione dell'ombra di una linea retta perpendicolare al piano; e giacchè per qualunque data linea vale la stessa costruzione, se ne raccoglie che tutte le ombre delle linee perpendicolari al piano geometrico sieno convergenti a quel punto C, a cui corrisponde a perpendicolo il punto luminoso, e che qualunque linea come B V, che determina il punto estremo dell'ombra, è sempre diretta al punto lucido B. Per la qual cosa se fossero proposte da descrivere in prospettiva tutte le ombre che formano diverse linee date perpendicolari al piano geometrico, affine di rendere più facile e spedita la pratica, gioverà prima segnare sulla parete i due punti C, B, al primo de' quali sono convergenti le ombre, e al secondo le linee che ne determinano la lunghezza. Per segnare sulla parete i due punti C, B ricorreremo a que' metodi che abbiamo spiegati nella Sezione precedente, e secondo essi opereremo nel seguente modo.

9. Stabilito che abbia il prospettivo quel punto in cui vuole il centro del lume, e condotta da esso la perpendicolare B C sul piano geometrico (Fig. 23), sarà l'ombra di qualunque linea obbiettiva come M N sul piano

geometrico convergente al punto C, e qualunque linea che determina la lunghezza dell'ombra, sarà convergente al punto B. Consideriamo in primo luogo ciò che appartiene al punto B, e in secondo luogo ciò che appartiene al punto C. Condotta una linea per B e per O che tagli il piano geometrico in un qualche punto Q, e condotta la base Q S che tagli la linea fondamentale in un punto L, si misuri l'angolo L, e quello in oltre che fa O Q col piano geometrico. Provveduti di queste misure, colle quali resta determinato sulla parete il punto X, passiamo all'altra figura, quale se la rappresentano i disegnatori. Nel punto principale F (Fig. 24) si alzi una perpendicolare F P eguale alla distanza dell'occhio. Si tiri P A, che faccia in A un angolo eguale a quello che si è trovato fare la base colla linea fondamentale, e detta linea P A sia descritta da quella parte rispetto al punto principale F, ove nell' altra figura la linea della base incontra la linea fondamentale. Si prenda A G eguale ad A F, e per A si tiri una perpendicolare alla orizzontale. Per G si conduca una linea che faccia in G un angolo eguale all'angolo in Q dell' altra figura. Ove questa linea incontra A X, ivi si avrà il punto cercato X, a cui concorrono in prospettiva tutte le linee convergenti al punto lucido dato. Passiamo ora a costruire l' altro punto Z, a cui concorrono tutte le ombre. Nella figura 23 si tiri O C, che prolungata incontri la parete in Z; e per C ed S si tiri una linea che sarà base di O C. Non v'ha dubbio che questa non coincida con quella che è base di O B per essere le linee O S, B C in

quel medesimo piano in cui sono O B, O C, C S; onde serviranno gli stessi punti A, G della figura 24 trovati colla precedente costruzione. Si misuri l'angolo O C S, e si tiri per G (Fig. 24) una linea G Z che faccia un angolo in G colla orizzontale eguale all'angolo O C S. Il punto Z, che si ha per lo incontro di A Z, e della perpendicolare condotta per A, sarà quello a cui concorrono le ombre di ciascuna linea. Facciasi che il punto M sia pianta di una linea M N retta al piano geometrico, e sia *m n* la prospettiva di essa linea trovata colle solite regole. Per avere l'ombra si tiri per Z e per *m* una linea, che darà la direzione dell'ombra. Si tiri per X e per *n* un'altra linea che incontri la Z *m* in *v*, e si avrà la lunghezza dell'ombra *m v*. Facendosi lo stesso per qualunque altra linea, si avranno speditamente le prospettive di tutte le ombre.

10. Giova avvertire che il punto Z, a cui sulla parete sono convergenti tutte le ombre, può cadere sotto la linea fondamentale, oppure tra la fondamentale e l'orizzontale, o sopra l'orizzontale. Ciò si rende manifesto riguardandosi la figura 23, mentre se il centro del lume si trova tra l'occhio e la parete, è assai chiaro che il punto Z, il quale corrisponde in prospettiva al punto C, cade sotto l'orizzontale. Se il centro del lume è posto di là dalla parete, il detto punto Z cade tra la fondamentale e l'orizzontale: e finalmente se il centro del lume rispetto all'occhio si trova dalla parte opposta alla parete, il punto Z, a cui concorrono le ombre, viene ad essere superiore alla

linea orizzontale. Sarà facile ancora l'intendere ciò che debba succedere del punto X corrispondente al centro del lume, il quale trovandosi dalla stessa parte rispetto all' occhio in cui è la parete, o l'altezza del lume è maggiore dell'altezza dell'occhio, e allora il punto X cadrà sopra l'orizzontale, o è minore, e allora cadrà sotto di essa. Succederebbe poi tutto il contrario, se il lume fosse rispetto all' occhio dalla parte opposta. Quando il centro del lume fosse collocato nella medesima distanza dell'occhio dalla parete, che vale a dire si trovasse in quel piano che passa per l'occhio, e che è parallelo alla parete, allora le linee convergenti al punto X e le convergenti al punto Z diverrebbero in prospettiva tra loro parallele (§ 3, Sez. IV), e in questo caso le ombre prospettive sarebbero tutte tra loro parallele, e sarebbero altresì fra loro parallele le linee che determinano l' estremo punto di ciascun' ombra. Per la qual cosa i triangoli ombrosi sarebbero tutti equiangoli, e le altezze delle linee prospettive paragonate colle lunghezze delle ombre si troverebbero per tutto avere la stessa proporzione.

11. Essendo per lo più cosa arbitraria il collocare il lume o da una parte o da un' altra rispetto agli oggetti che si vogliono rappresentare, sarà lecito al disegnatore, senza intraprendere alcuna costruzione, scegliere a modo suo due punti sulla carta che sieno i regolatori delle ombre, purchè però l'uno e l'altro punto sia preso sopra una medesima linea perpendicolare alla linea orizzontale; poichè, come

si raccoglie dalle cose dette, questa condizione è sempre necessaria per qualunque situazione del lume. Serva d'esempio la figura 25 e la 26, nelle quali essendo disegnato un parallelepipedo in prospettiva, ed essendo presi due punti X, Z nella medesima perpendicolare alla linea orizzontale, sono le ombre convergenti al punto Z, e i raggi che prescrivono il termine di ciascun'ombra, sono convergenti al punto X. Regolandosi a questo modo le ombre non vi è pericolo di commettere alcuno errore di prospettiva. Se poi si vorrà render conto della situazione del lume, ciò potrà farsi, sebbene i punti X, Z sieno stati presi a capriccio. Nella figura 25 il punto Z giace tra la linea orizzontale e la fondamentale, e però deve il lume trovarsi di là della parete ove sono gli oggetti, ed egli stesso sarà un oggetto visibile allo spettatore, e il prospettivo dovrà disegnarlo unitamente cogli altri oggetti, quando però non cadesse fuori di quello spazio che è stato destinato per il disegno. Il punto X, che resta superiore alla orizzontale, mostra che l'altezza del lume sia maggiore di quella dell'occhio. Nella figura 26 trovandosi il punto Z sopra l'orizzontale, è segno che il lume rispetto all'occhio è dalla parte opposta a quella della parete, cioè l'occhio si trova tra il lume e la parete; e perchè il punto X cade sotto l'orizzontale, bisogna che il centro del lume sia più alto dell'occhio sopra il piano geometrico.

12. Non sempre le ombre si estendono sul piano geometrico, ma incontradosi in altri corpi ricevono quelle figure che hanno le superficie

di questi. Chi volesse trattare diffusamente delle sezioni che si fanno dalle superficie dei corpi colle ombre, intraprenderebbe una ricerca lunga e difficile. Basterà per la pratica considerare attentamente qual corpo resti o in parte o in tutto immerso nell' ombra, e quale ne resti affatto libero, giacchè i triangoli ombrosi il dimostreranno assai chiaramente. Che se la superficie del corpo che riceve l'ombra fosse retta al piano geometrico, facendosi la sezione col triangolo ombroso parallela a quella linea che getta l' ombra, allora sarebbe facile il definire la quantità dell' ombra che il corpo riceve. Non è possibile disegnare ogni cosa colla scorta delle regole, ma non per questo dobbiamo trascurare que' metodi generali che ci somministrano molti lumi e molte cognizioni necessarie a ben operare.

13. Dopo tutto ciò sarà facile applicare le stesse regole, quando si supponga il corpo lucido ad una infinita distanza, per cui i raggi provenienti da un medesimo punto divengono tra loro paralleli. Ritornando alla figura 23, se il punto lucido B si scostasse dall' occhio stando sempre nella medesima linea B Q, quando egli si trovasse ad una distanza infinita, ancora il punto C diverrebbe infinitamente lontano; e però le ombre che concorrono al punto C sarebbero tra loro parallele, e sarebbero paralleli i raggi che partono dal punto B, e danno termine alle ombre. Per segnar dunque sulla parete i punti B, C, che sono regolatori delle ombre, conviene ricorrere a que' teoremi che si sono spiegati per le linee parallele, i quali,

come abbiamo veduto, non sono punto dissimili da quelli delle linee convergenti.

14. I corpi che tramandano luce, e che hanno tale distanza che i raggi di un medesimo punto ponno riguardarsi come paralleli, sono i corpi celesti, come il sole e la luna. Questi corpi appariscono sotto un diametro assai sensibile, per cui le ombre sono sempre accompagnate dalle penombre; ma noi considereremo i raggi e le ombre come se altro punto lucido non vi fosse che il centro. Immaginiamo il piano della parete esteso da ogni parte, così che vada a terminare alla sfera del sole, con che si divida essa sfera in due parti. Quella parte in cui si trovano gli oggetti, la chiameremo emisfero degli oggetti, e l'altra emisfero dello spettatore. Il circolo che si forma per detta sezione sarà un circolo verticale, giacchè il piano della parete è perpendicolare al piano geometrico che fa le veci di orizzonte. Sia un raggio BO (Fig. 23), che supporremo ora provenire dal centro del sole e giungere all'occhio O, e passando oltre incontrare il piano geometrico in Q. Condotta QS, che chiamasi base della BQ, si farà in Q un angolo eguale alla inclinazione della BQ col piano geometrico. Questo stesso angolo è misura dell'altezza del sole sopra l'orizzonte, come gli astronomi insegnano; onde senz'altra ricerca se fosse data l'altezza del sole, sarebbe ancora dato il detto angolo. Questo sì che bisogna avvertire, che il punto Q cadrà o da una parte o dall'altra del punto S, secondo che il sole si troverà o nell'emisfero degli oggetti, o in quello dello spettatore, del che bisogna tener

conto per la costruzione che intraprenderemo fra poco. Il piano in cui sono le linee B Q e Q S, e in cui si trova il sole, è perpendicolare al piano geometrico, e però sarà un piano verticale, e l'angolo che fa questo piano col piano della parete è eguale all'angolo che fa Q S colla linea fondamentale; onde se sarà dato l'angolo che fa il verticale, che passa per il sole, col verticale della parete, si avrà l'angolo della linea della base colla linea fondamentale. Passiamo ora alla costruzione per la prospettiva. Nel punto F, punto principale (Fig. 16, 17), si alzi sopra l'orizzontale ad angoli retti F P eguale alla distanza dell'occhio. Sia H L la sezione del verticale del sole col piano geometrico, e però l'angolo in L quello che fa il piano verticale del sole colla parete. Si tiri P A parallela ad H L, e si avrà l'angolo P A F eguale all'angolo dei predetti due piani. Per A si descriva una linea perpendicolare alla orizzontale, e presa A G eguale ad A P si tiri G X, che faccia in G un angolo eguale all'altezza del sole sopra l'orizzonte. Questa linea G X dovrà condursi sopra l'orizzontale, come nella figura 16, se il sole sarà nell'emisfero degli oggetti, e dovrà condursi di sotto, come nella figura 17, se il sole sarà nell'emisfero dello spettatore. Trovati i due punti A X, al primo saranno convergenti tutte le ombre, e all'altro saranno convergenti tutti i raggi che danno il termine di ciascun'ombra.

15. Se paresse a qualcuno che il problema trattato a questo modo eccedesse quelle notizie che si hanno a supporre nei pratici, i quali

per l'ordinario niente sanno d'astronomia, rifletta che per mettere in esecuzione il metodo proposto non vi è questo bisogno di misurare l'altezza del sole, e l'angolo che fa il piano verticale del sole col piano della parete; imperocchè essendo permesso al dipintore il prendere il lume da qual parte egli vuole del quadro, potrà scegliere a suo piacimento i due punti A, X, purchè sia il primo sulla linea orizzontale, e il secondo nella retta, che è perpendicolare all'orizzontale nel punto A; e regolando poscia le ombre con que' due punti, sarà sicuro della giustezza del disegno, e lascierà il pensiero a chi fosse vago di sapere il luogo del sole, di dedurlo dagli angoli che fanno le linee disegnate in prospettiva. È degno di riflessione, che trattandosi di un corpo lucido infinitamente lontano, come abbiamo supposto il sole, tutte le linee delle ombre concorrono ad un punto della linea orizzontale; ma trattandosi di un corpo lucido a noi vicino, cade sempre il punto del concorso delle ombre o sopra o sotto la linea orizzontale. La ragione di ciò si rende manifesta col riflettere che le linee parallele giacenti sul piano geometrico concorrono in prospettiva ad un punto della linea orizzontale, e che le linee descritte sul piano geometrico convergenti ad un punto, che non sia infinitamente lontano, non ponno in prospettiva concorrere ad un punto della orizzontale, ma bensì ad un punto o superiore o inferiore ad essa linea.

16. Sarà più espediente il descrivere o l'accennare le penombre a giudicio d'occhio, che

colla scorta di alcuna regola geometrica, quando non si voglia intraprendere un lavoro di una fatica insoffribile. Chi però fosse scrupoloso a questo segno, non avrà bisogno di studiare nuove regole, ma tenendo dietro a ciò che si disse (§ 5, 6, 7) dovrà supporre che la luce non provenga da un punto, ma da un piano circolare, come apparisce il disco del sole, il quale da noi si vede sotto un angolo in circa di 32 minuti. Succederebbe il più delle volte che fosse superflua una tal diligenza per la piccolezza della penombra, e tanto più se riguardiamo quella sola che cade sotto i nostri sensi; imperocchè presentandola molto dappresso al confine dell'ombra, non sarà da questa sensibilmente differente, e se la prenderemo ove confina colla luce, non ci accorgeremo di alcun segno di penombra. Sarà dunque obbligo principale del prospettivo il cercare coi metodi spiegati le direzioni e le lunghezze delle ombre che si fanno dai corpi luminosi; perchè in quanto alle penombre potrebbe essere superflua qualunque diligenza; e in quanto alle ombre che si formano dai lumi secondarii, i quali sono riflessi da' corpi posti all'intorno, niuna regola se ne può prescrivere, e in queste dovrà maggiormente spiccare l'intendimento e l'accortezza di chi opera.

SEZIONE SESTA

Della Prospettiva delle linee curve.

1. Le curve sono di numero infinite, ma poche sono quelle che sogliono proporsi da disegnare; onde per non entrare in una ricerca, da cui ne verrebbe al pratico più di molestia che di vantaggio, restringerò il mio discorso alle sezioni coniche, e darò particolarmente un metodo per descrivere le ellissi che nascono nelle prospettive dei circoli, delle quali l'uso è molto frequente.

2. È noto a chiunque abbia qualche cognizione delle scienze matematiche, che tagliandosi un cono in diverse maniere ponno aversi quattro curve differenti, cioè il circolo, l'ellisse, la parabola e l'iperbole. Per ridurre ciò che siamo per dire a idee chiare e semplici, consideriamo che la superficie del cono si può riguardare come una serie o aggregato di linee rette che partono da ciascun punto della circonferenza del circolo, che è base del cono, e che tutte vanno ad unirsi nel vertice, delle quali ciascuna si chiama lato del cono. Qualunque piano che taglia il cono, taglia altresì le predette linee, eccettuatene quelle che ad esso piano sono parallele. Imperocchè se niun termine si concepisce nella linea, e niuno nel piano, potendosi e l'una e l'altro prolungare all'infinito, è forza che una volta s'incontrino, fuori del caso del parallelismo. Se il piano che taglia il cono sarà parallelo alla base, la sezione sarà un circolo, e allora restano

intersecate dal piano tutte le linee; se il detto piano si andrà inclinando, purchè restino intersecate tutte le linee o i lati del cono, si avranno colle sezioni diverse ellissi; ma tosto che il piano giunge ad essere parallelo ad un lato del cono, la sezione diviene una parabola, e allora il piano taglia tutte le linee fuori di quella che ad esso è parallela; anzi, secondo le espressioni dei geometri, incontra essa pure ad una distanza infinita dal vertice; essendo le altre linee tagliate, quali ad una maggiore, quali ad una minore distanza. Finalmente si avranno diverse iperboli, se più si continua ad inclinare il piano, il quale perciò non potrà più incontrare tutte le linee della superficie del cono, se non quando s'intendano queste prolungate dalla parte del vertice, ove formano un cono opposto. Così per esempio il lato O D (Fig. 27) non può incontrare il piano della sezione iperbolica nel cono D O B, ma l'incontra nel cono opposto *b* O *d*. Chi volesse distinguere quali linee sieno tagliate in un cono, e quali nell'altro, intenda per il vertice O condotto un piano parallelo al piano della iperbole, il quale formando colla sua sezione due triangoli opposti nei due coni dà a conoscere che di tutte le linee componenti la superficie che nel cono D O B rimangono rispetto al triangolo dalla parte della sezione iperbolica, sono tagliate nel cono D O B, e le altre linee nel cono opposto.

3. Queste riflessioni ponno farsi in altro modo; perchè se de' due piani che abbiamo immaginato, de' quali uno è piano della base,

e l'altro è piano della sezione, se ne permuterà l'ufficio, e quello che era base si prenderà per sezione, e quello che era sezione si prenderà per base, allora avremo un cono, la cui base sarà una parabola, o una iperbole, o una ellisse, e che tagliato da un piano darà un circolo. Anzi perchè niente impedisce che due qualunque sezioni si paragonino insieme, potremo ancora immaginare un cono che abbia per base una delle predette quattro curve, e una di esse ne abbia per sezione. Tutto ciò trasportandosi alla prospettiva facilmente s'intende che per le circostanze diverse dovrà rappresentarsi or l'una, or l'altra delle dette curve. Imperocchè se l'occhio riguarda un circolo, o una ellisse, o una parabola, o una iperbole, ecco che si presenta all'animo una superficie conica per cagione delle linee visuali che partono dall'occhio, e vanno a terminare a ciascun punto della curva, che riguardasi ora per oggetto; e giacchè si vuole che il piano di prospettiva tagli la detta superficie conica, sarà necessario che in esso resti impresso il vestigio di una di quelle quattro curve.

4. Non debbono parere affatto vane queste speculazioni, nè rigettarsi come idee puramente astratte, mentre ponno succedere tali casi in pratica, de' quali essendo provocato il prospettivo a render ragione, senza queste notizie non gli sarà facile il soddisfare un indiscreto censore. Qualunque volta fra gli oggetti vi fosse una sfera che ricevendo il lume da una candela accesa gettasse l'ombra sopra un piano, la figura dell'ombra essendo conica (§ 4,

Sez. V), e il piano che riceve l'ombra, tagliando il cono ombroso, si avrebbe per oggetto una sezione, la quale sarebbe o circolo, o ellisse, o parabola, o iperbole. Se fingiamo che il lume sia superiore alla sfera rispetto al piano che riceve l'ombra, sarà l'ombra o circolo, o ellisse; se la distanza del lume dal piano sia tale, che condotta una linea tangente la sfera nel punto di essa più lontano dal piano, si trovi il lume nella detta tangente, sarà l'ombra una parabola; se il lume resta inferiore alla tangente, sarà l'ombra una iperbole. L'occhio in ciascuno de' predetti casi avrà per oggetto una delle quattro curve, e formando le linee visuali un cono che resta tagliato dal piano della parete, sarà necessario che la sezione o la prospettiva di un tale oggetto sia una di quelle curve.

5. Abbiasi in primo luogo un'iperbole (Fig. 28) Z V R, il cui piano abbia qualsivoglia inclinazione col piano geometrico, e sia l'occhio in O. Condotte a tutti i punti V, R le linee visuali O R, O V, formeranno queste una superficie conica; e perchè il piano della parete L G taglia la detta superficie, nascerà per tale sezione una curva che sarà prospettiva della iperbole. Conviene ora riflettere che il piano di una iperbole, come si è detto di sopra, non incontrando tutti i lati del medesimo cono, non può la serie delle linee O V, O R, ec. chiudere la superficie conica, ma essere necessario ricorrere all'iperbole opposta, e questa sia *z v r*. Condotte poi O *v*, O *z*, O *r* lati del cono opposto, se questi si prolungheranno verso T, si avrà O T lato del primo cono, in quel modo

che prolungandosi O V in t ne risulta O t lato del cono opposto. Dunque colle due iperboli si viene a descrivere la intiera superficie dei due coni opposti, uno de' quali ha nel vertice l'angolo V O T, e l'altro l'angolo v O t. Ora per conoscere la natura di quella curva che si forma sul piano di prospettiva, bisogna esaminare la posizione di esso piano per riconoscere se tagli tutti e due i coni, o se ne tagli un solo, ed in qual modo. S'intenda condotto un piano parallelo al piano di prospettiva che passi per l'occhio O, e che tagli il piano geometrico nella linea KH. Ciò posto, io dico, che se questo piano taglia l'iperbole opposta $r u z$, come in $h k$, di modo che una porzione di essa resti tra il piano che passa per l'occhio e la parete, non v' ha dubbio che i lati del cono, come O v, prolungati che sieno, non incontrino il piano di prospettiva, il quale per conseguenza taglierà l'uno e l'altro cono, con che resta dimostrato che la sezione o la prospettiva della data iperbole Z V R sia essa pure un' iperbole. Se poi il piano, che abbiamo detto passare per l'occhio, non taglia la iperbole opposta, ma solo la tocca in un qualche punto, allora tutti i punti della curva iperbolica $z v r$ resteranno da una stessa parte rispetto al piano che passa per l'occhio, onde il piano di prospettiva non potrà mai incontrarsi con alcun lato di questo cono. Giacchè però abbiamo supposto che il piano condotto per l'occhio sia tangente dell' iperbole, se per O e per il punto del contatto si condurrà una linea, avremo un lato del cono parallelo al piano di prospettiva,

onde nascerà una parabola colla sezione che si fa del cono O Z V R, e la prospettiva della iperbole sarà una parabola. Finalmente se la iperbole opposta *z v r* nè sarà segata dal piano che passa per l'occhio, nè sarà tangente ad esso, chiaramente apparisce che il piano di prospettiva non può a meno di non tagliare tutti i lati del cono O Z V R, con che verrà descritto sul detto piano o un circolo, o una ellisse. Dal fin qui detto si raccoglie che una iperbole posta in prospettiva può trasformarsi in ciascuna delle quattro sezioni coniche.

6. Sebbene la data iperbole si estenda ad uno spazio infinito, non ostante la curva prospettiva può avere una estensione limitata, e non essere che una porzione o d'iperbole, o di parabola, o di circolo, o di ellisse. S'intenda condotto per l'occhio O, che è vertice del cono, un piano parallelo al piano della data iperbole, il quale tagli il piano di prospettiva nella linea E G. È certo che la curva da descriversi non oltrepassa questa linea, perchè, come si disse, il piano O E G (§ 2) divide il cono lasciando da una parte le linee, o i lati del cono che vanno alla iperbole Z V R, e dall'altra parte quelli che vanno ad incontrare l'iperbole opposta, se sieno prolungati oltre il vertice. Ora qui non si tratta della prospettiva della iperbole opposta, la quale non può essere veduta sulla parete, ma solo appartiene al nostro problema la sezione che si fa di quella superficie conica che nasce dall'iperbole Z V R, che resta da una parte del piano O E G, e però una sola porzione o d'iperbole, o di

parabola, o di circolo, o di ellisse, sarà prospettiva di una intiera iperbole che si diffonde ad uno spazio infinito. Quando poi si supponesse che il piano della iperbole fosse parallelo al piano della parete, scostandosi all'infinito la linea E G, la prospettiva della iperbole sarebbe essa pure un' iperbole considerata secondo tutta la sua infinita estensione.

7. Cerchisi ora la prospettiva di una parabola posta di là della parete con qualsivoglia inclinazione al piano geometrico, e fingiamo essere questa la curva Z V R della proposta figura, prescindendo dalla curva opposta *z v r*, che niente ha che fare colla parabola. Sieno condotte le visuali O V, O R a tutti i punti della parabola, le quali formeranno una superficie conica, e la formeranno tutta intiera senza che bisogno vi sia d'immaginare il cono opposto, perchè la parabola appartiene ad un solo cono, e va ad incontrare tutti i lati del medesimo, eccettuatone quel solo che è parallelo al piano della curva. Questo lato si troverà nel piano che si conduce per l'occhio parallelo al piano della parabola, e che supporremo tagliare la parete in E G. Colla linea E G avremo sulla parete il limite, oltre il quale non può estendersi la curva prospettiva; e giacchè tutta intiera la superficie conica viene intersecata dalla parete, resta dimostrato essere la curva che nasce per questa sezione o un intiero circolo, o una intiera ellisse. Chi supponesse il piano della parabola parallelo al piano della parete, poichè la linea E G si scosterebbe all'infinito, e il lato del cono parallelo al piano della curva

diverrebbe parallelo alla sezione, sarebbe essa pure una parabola quella curva che per tale proiezione verrebbe descritta.

8. Altre vicende nascere debbono nella prospettiva delle curve, quando queste non rimangono tutte intiere da una parte rispetto alla parete, come finora le abbiamo supposte. Fingiamo che trasportandosi la parabola di qua dal piano della parete, giunga ad essere tangente del piano O K H. Allora la prospettiva di ciascun arco della parabola che resta di là dalla parete sarà un arco parabolico, perchè condotta una linea per l'occhio O, e per il punto del contatto, si avrà un lato del cono parallelo al piano della sezione. Che se la parabola si trasporta più oltre, e si fa trascorrere dall'altra parte del piano O K H, la sezione che si fa dal piano della parete, diviene un'iperbole, il che si prova facendo vedere che il piano della parete taglia il cono opposto. Questo stesso discorso può egualmente convenire alla iperbole, che noi abbiamo sempre supposta negli articoli precedenti rimanere tutta intiera di là della parete. Imperocchè, senza ricorrere colla immaginazione all'iperbole opposta, se noi fingeremo che la data iperbole giunga fino a toccare o ad oltrepassare quel piano che passa per l'occhio, e che è parallelo al piano della parete, ne verranno per la prospettiva della curva tutte quelle vicende che abbiamo ora notate trattandosi di una parabola.

9. Avendo l'ellisse e il circolo molta parte nelle architetture, tratteremo di queste curve

più diffusamente, e diremo in primo luogo, che se un' ellisse o un circolo saranno posti di là della parete, qual che ne sia la loro posizione, non potranno mai essere le curve prospettive o parabole o iperboli, ma dovranno essere o circoli o ellissi, giacchè in tal caso il piano di prospettiva taglia tutte le linee componenti la superficie del cono. Che se il circolo o l'ellisse non restasse tutta di là dalla parete, potrebbero allora formarsi le altre curve delle sezioni coniche, e potrebbe un arco di parabola o d' iperbole essere prospettiva di un arco di circolo o di ellisse per le ragioni che abbiamo dette nell'articolo precedente. Richiamando queste speculazioni alla pratica, fingiamo che fosse proposto da disegnare in prospettiva la metà di un anfiteatro di pianta circolare o ellittica, e che si dovesse porre l' occhio in modo che la perpendicolare, condotta sul piano geometrico incontrasse un punto o della circonferenza, o dell' area di essa pianta; nel primo caso sarebbe la icnografia prospettiva un arco di parabola, e nel secondo un arco di iperbole. Anzi perchè vi sogliono essere diversi ordini di gradini tutti della stessa forma o circolare o ellittica, se l'occhio restasse sopra ad uno di essi, si avrebbero nelle prospettive diversi archi d' ellisse per i gradini interiori, e uno di essi potrebbe essere circolare, e si avrebbe un arco di parabola per quello su cui insiste l'occhio, e diversi archi d' iperbole per i gradini esteriori. È ben poi vero che tutti questi archi sarebbero tanto poco differenti dagli archi ellittici, che niuno, che non abbia

il compasso negli occhi, potrebbe accorgersi della differenza; onde si dovrà assolvere il prospettivo dal debito di distinguerli con una precisione geometrica.

10. Abbiamo detto che un circolo potrebbe rimanere circolo in prospettiva. Per dimostrare la verità di questa proposizione conviene prima spiegare una proprietà del cono scaleno. Sia un cono scaleno O I H (Fig. 29), e sia dal vertice condotta la perpendicolare O S sopra il piano della base, e inoltre s'intenda tagliato il cono con un piano che passi per O S e per il centro della base, la qual sezione dia il triangolo O I H. Si prenda ad arbitrio un punto nel lato O H, come h, e per esso s'intenda un piano perpendicolare al piano del triangolo O I H, che tagli il cono come in hi, oppure in hg. È stato dimostrato dai geometri che di tutte le sezioni che ponno farsi nella maniera detta, due saranno circolari, e le altre tutte saranno ellittiche, purchè però la linea hi, o qualunque altra vada ad incontrare O I, lo che succederà sempre che i due angoli Ohi, iOh presi insieme sieno minori di due retti. Le due sezioni hi, hg saranno circolari, quando l'una sia parallela alla base H I, e l'altra sia ad essa antiparallela, cioè sia hg condotta in modo che l'angolo ghO si trovi eguale all'angolo O I H, con che verranno ad essere ancora eguali gli altri due Ogh, O H I. È stato pure dimostrato, che tutte le sezioni che si fanno tra hi e hg sono ellissi tali, che l'asse minore si trova nel piano del triangolo O I H, al contrario di quello che succede nelle altre ellissi

che nascono tra *g* ed O, oppure tra *i* ed I, nelle quali trovasi l'asse maggiore sul piano del predetto triangolo. Perchè però una sezione che passa per *h*, e incontra OI tra *g* ed *i* fa un angolo con O*h* minore di O*hi*, o sia di OHI, e maggiore di O*hg*, o sia di OIH, stabiliremo, che se la sezione farà un angolo con O*h*, che paragonato con quelli della base H ed I resti fra il più grande ed il più piccolo, cioè sia minore di uno e maggiore dell'altro, la linea che giace nel triangolo OIH sarà l'asse minore dell'ellisse, e negli altri casi sarà l'asse maggiore. Quando il cono fosse retto non ha luogo questo discorso, perchè gli angoli alla base essendo eguali, la sezione parallela e l'antiparallela si confondono insieme e fanno una sola sezione.

11. Ritornando alla prospettiva, ne segue dalle cose dette, che in due maniere un circolo può rimanere circolo in prospettiva, o se la parete si trovi in situazione parallela al piano del dato circolo, o non essendo tale, faccia però nel cono la sezione antiparallela. Perchè sia la sezione parallela bisogna che il circolo sia verticale, come gli archi che si fanno sopra i pilastri. Essendo questi disposti in modo che il loro piano sia parallelo alla parete, rimangono semicircoli nel disegno, siccome è noto ai prospettivi, i quali sono di ciò abbastanza avvertiti dalla pratica istessa. Resta ora a vedersi quale disposizione di cose si richiegga, perchè la sezione divenga antiparallela; e per rendere più facile la spiegazione voglio prima supporre che il dato circolo giaccia sul piano geometrico.

Questo circolo deve essere talmente situato per ciò che si è detto (§ 10), che condotto il diametro che è perpendicolare alla linea del piano L Q (Fig. 30), e prolungato oltre la parete incontri il punto della stazione S. Tutte le linee condotte da O alla circonferenza del circolo IH formano la superficie del cono, che viene segata dalla parete in *h i*. Ora se questa sezione fosse antiparallela alla base, cioè se l'angolo O *h i* fosse eguale all'angolo O I H, non v'ha dubbio che si avrebbe in *h i* un circolo che sarebbe prospettiva del circolo H I. Si alzi una linea perpendicolare nel punto H, che incontri il raggio principale O F in T. Giacchè si vuole che l'angolo O *h i* sia eguale all'angolo O I H, sarà pure O I H eguale ad O H T; onde saranno simili i due triangoli O I S, O H T, e però proporzionali i lati S I : S O : : H T : T O; ma S O è eguale ad H T, e T O è eguale ad H S; dunque saranno continuamente proporzionali le seguenti linee S I, S O, S H, lo che dimostra che la sezione sarà antiparallela, se l'altezza dell'occhio sia media proporzionale tra le due distanze del punto S della stazione dai punti estremi del diametro H I.

12. Perchè i prospettivi hanno per legge di non porre l'altezza dell'occhio maggiore della distanza di esso dalla parete, e ciò per isfuggire certi inconvenienti, de' quali parleremo in altro luogo, il caso poc'anzi esposto non potrà succedere in pratica, giacchè O S altezza dell'occhio si è trovata maggiore di S H; che eccede la distanza dell'occhio dalla parete. Pure non sarà inutile l'avere avvertito che un circolo

il quale non sia posto in situazione parallela alla parete, può non ostante rimanere circolo in prospettiva; e chi supponesse il dato circolo IH non già disteso sul piano geometrico, ma con certa inclinazione, che procureremo ora di stabilire, allora potrebbe accadere che la prospettiva fosse circolo, senza che si venisse a contravvenire ad alcuna di quelle regole che vengono prescritte da' pratici.

13. Sia un cono scaleno OIH (Fig. 31) formato sopra un circolo che abbia per diametro la linea IH. Sia l'altezza OS, o la perpendicolare condotta dal vertice O sopra il piano del circolo. Condotta poi per S e per il centro della base la linea IS, col diametro HO si descriva un circolo, il quale passerà necessariamente pel punto S, giacchè è retto l'angolo in S. Si descriva nel semicircolo HTO una corda OT che faccia col diametro in O un angolo eguale ad IOS, e si congiunga HT, per cui passando un piano retto al triangolo OIH si avrà la sezione antiparallela, giacchè l'angolo THO risulta eguale all'angolo HIO. Con questa costruzione si apre un campo facile di diversificare a suo piacimento il problema cangiando i dati per rinvenire quelle quantità che si avranno per incognite. Ma noi lascieremo queste riflessioni a chi studia, e ci accosteremo alla pratica cercando di disporre gli oggetti, affinchè nella prospettiva segua il caso della sezione antiparallela. E prima si rifletta che qualunque altra sezione parallela ad HT sarà circolare nel cono, e che però essendo il circolo obbiettivo in HI, e l'occhio in O, possiamo fingere

la parete in FB, purchè sia parallela ad HT. Conservando le linee quel rapporto e quella disposizione che loro abbiamo assegnata, se intenderemo che tutta la figura si raggiri intorno alla linea OT, sebbene cangi di situazione il piano del circolo IH, avremo non ostante in BF la sezione antiparallela, e però circolare. Supponiamo il diametro IH in situazione orizzontale, come sono i diametri degli archi che si formano sopra i pilastri. Per le cose dette sarà HI nel piano stesso orizzontale che passa per l'occhio, sarà BF la linea orizzontale, F il punto principale, e OF la distanza dell'occhio. Con questi dati e coll'angolo IBF della inclinazione del piano del circolo colla parete facendosi la costruzione in quel modo che sogliono praticare i disegnatori, si potrà far prova colla esperienza di ciò che si è dimostrato colla ragione.

14. Succedendo spesse volte nelle architetture, che molti archi sieno disposti in modo che i loro diametri si trovino in una stessa linea retta, dimostreremo ora, che se uno di essi ritiene nella prospettiva la figura di circolo, come si è detto di IH, quelli che a lui succedono da una parte divengono ellissi tali, che l'asse maggiore si adatta alla linea orizzontale, e quelli che a lui succedono dall'altra parte hanno l'asse minore sulla medesima linea. Quando si è parlato del cono (§ 10) e della sezione antiparallela, si è avvertito, che se l'angolo della sezione col lato del cono è o maggiore o minore di ciascuno degli angoli alla base, l'asse sopra il triangolo del cono è

il maggiore; e se il predetto angolo fosse maggiore di uno e minore dell'altro, l'asse sopra il triangolo sarebbe il minore. Nelle circostanze in cui siamo dovrà succedere questa apparenza, perchè presa H G come diametro di un altro semicircolo, e condotta O G, l'angolo O h g, ché fa la sezione della parete col lato del cono O H, è maggiore di ciascuno degli angoli alla base H, G. Imperocchè essendo O h g maggiore di O i h, per essere quello esterno e questo interno, ed essendo O i h per costruzione eguale ad O H I, sarà O h g maggiore di O H I; ma O H I è maggiore di O G H, il quale è interno, e l'altro esterno; dunque O h g è maggiore di O G H. È pure manifesto che il predetto angolo O h g è esterno rispetto all'angolo in H del triangolo h B H, e perciò di lui maggiore. Chi prolungasse H I dall'altra parte prendendo I R per diametro di un altro semicircolo, con un discorso simile si proverebbe che l'angolo della sezione sarebbe e maggiore di uno e minore dell'altro angolo della base, e che però l'asse minore della ellisse cadrebbe sulla orizzontale B F. Queste cose non avvertite dai pratici potrebbero talvolta condurli in errore, massimamente se troppo si fidano della loro immaginazione. Noi pure gli avvertiremo, che nel prepararsi le misure che si richieggono per ottenere nei circoli quelle apparenze, delle quali abbiamo ora ragionato, scelgano tali misure, per le quali l'angolo che fa O G col raggio principale O F non ecceda quella grandezza che sogliono prescrivere i pratici, affine di non incorrere in quelle deformità nel disegno che

procurano essi di sfuggire, e delle quali parleremo in altro luogo.

15. Due sono le maniere sicure di non errare nel disegno. L'una consiste nell'eseguire la prospettiva di tanti punti del dato circolo, e così vicini tra loro, che togliendosi qualunque arbitrio al disegnatore, resti la curva bastantemente indicata; l'altra suppone una qualche regola di descrivere la ellisse essendo dato un certo numero di punti. La prima di queste due maniere altro non esige che lunga briga e pazienza in chi opera, e l'altra suppone una qualche cognizione de' metodi geometrici, la quale acquistata che siasi una volta, risparmierà quella molta fatica che vi vorrebbe in ogni operazione. Onde parendomi per questa ragione da anteporsi la seconda maniera alla prima, insegnerò come trasportati sulla parete tre soli punti di un circolo, si descriva speditamente quella ellisse che ne è la prospettiva.

16. Già è noto che dati tre punti che non sieno disposti in linea retta, infinite sono le ellissi che per essi si ponno descrivere; ma se si aggiunge questa condizione, che due dei punti dati sieno i punti estremi di un diametro, e il terzo punto sia uno degli estremi del diametro coniugato (si spiegherà fra poco ciò che s'intenda per diametro coniugato), allora sarà una sola la ellisse, e questa si descriverà nel seguente modo. Sieno dati i tre punti A, B, C (Fig. 32), e si congiungano con una linea i due A, B estremi di un diametro. Si divida per metà AB in E, e si tiri EC; si conduca dal punto C la perpendicolare CD, e

si prolunghi fino in H di modo che sia CH eguale ad AE. Per E e per H si tiri una retta linea che formerà quattro angoli colla AB, dentro i quali facendosi scorrere una riga LQ eguale ad HD, e divisa in M così che sia QM eguale ad HC, il punto M col suo moto continuato descriverà la ricercata ellisse ACB. (Veggasi la dimostrazione nel libro II, prop. XIII delle Sezioni coniche dell' Hospital).

17. Per valerci di questo metodo nella prospettiva non basta segnare sulla parete tre punti che corrispondano a tre punti del dato circolo, ma bisogna scegliere tre punti nel circolo che in prospettiva sieno punti estremi di due diametri coniugati. Nè giova al nostro intento scegliere due punti diametralmente opposti nel circolo, perchè succederebbe il più delle volte, anzi succederebbe sempre, fuorchè in un caso solo che si avessero due punti estremi di una corda, e non già di un diametro della ellisse. E che sia vero, immaginiamoci un cono su cui sia fatta una sezione ellittica, e immaginiamoci in esso un triangolo fatto sopra un diametro del circolo che è base del cono. Giacchè questo triangolo non divide per metà la ellisse, se non quando sia perpendicolare al piano di essa, il diametro del circolo non può corrispondere ad un diametro della ellisse fuori del caso che i due piani del triangolo e della ellisse facciano angoli retti fra loro.

18. Affine di ben comprendere l'artificio di scegliere i tre punti nel circolo, gioverà premettere alcune riflessioni. In qualunque ellisse condotte due tangenti a due punti che sieno

diametralmente opposti, esse sono parallele fra loro; e per lo contrario se due tangenti saranno tra loro parallele, congiunti i punti dei contatti con una linea, passerà questa pel centro, e però sarà diametro dell'ellisse. Che se descriveremo un altro diametro che sia parallelo alle due tangenti, questo, conforme il linguaggio dei geometri, si chiama il diametro coniugato dell'altro che termina ai punti del contatto. In oltre bisogna avvertire, che essendo condotta la tangente a un circolo, fatta la prospettiva non solo del circolo, ma ancora della tangente, si avrà nella parete una linea retta, che sarà essa pure tangente della ellisse, o di quella curva che sarà prospettiva del circolo. La ragione si è, perchè altro non essendo la tangente di qualunque curva se non un latercolo prodotto, e la prospettiva di un circolo essendo l'aggregato delle prospettive di ciascun latercolo, ne segue che la tangente del circolo trasportata sulla parete rimanga un latercolo prodotto della nuova curva che si genera, cioè una tangente di essa.

19 Sia pertanto un circolo BAB disegnato sul piano geometrico (Fig. 33), in cui LQ è linea del piano, F il punto principale. Sia condotta una linea GH parallela ad LQ, e tanto lontano da essa, quanta è la distanza dell'occhio dalla parete. Si tirino due tangenti al circolo, ciascuna delle quali sia parallela alla linea LQ, e queste si avranno nei punti B, B il più lontano e il più vicino alla parete. Si descriva il diametro BB, e si prolunghi fino che incontri la GH in un qualche punto G, e da G si tiri una tangente al circolo. Questa

tangente non servendo ad altro che a determinare il punto A nella periferia del dato circolo, invece di descriverla, tornerà più comodo dividere C G per metà, e fatto centro nel punto di mezzo col raggio eguale alla metà di C G descrivere un arco di circolo, che tagliando B A B in A determina il punto ove la linea condotta da G tocca il circolo. Cerchisi la prospettiva dei tre punti B, A, B, e sia in *b*, *a*, *b*. Perchè i punti *b*, *b* sono i punti estremi di un medesimo diametro nella ellisse da disegnarsi, come ora dimostreremo, e il punto *a* è un estremo del diametro coniugato, valendoci del metodo poc' anzi spiegato, descriveremo la ellisse, che sarà prospettiva del dato circolo. Per restar convinti che *b b* sia diametro della ellisse, basta riflettere, che se si facesse la prospettiva delle due tangenti al circolo B, B, sarebbero esse tangenti all' ellisse in *b*, *b*, e sarebbero tra loro parallele, essendo stato dimostrato (§ 6, Sez. II) che due linee parallele alla parete come B, B rimangono parallele in prospettiva. Che poi sia *a* un punto estremo del diametro coniugato, si prova con ciò, che la tangente all' ellisse condotta per *a* non può a meno di non essere parallela al diametro *b b*, giacchè (§ 3, Sez. IV) le loro linee obbiettive sono convergenti a un punto G di quel piano che passa per l' occhio e che è parallelo alla parete.

20. Supporremo ora il circolo in una posizione verticale, come stanno in architettura gli archi sopra i pilastri. Sul piano geometrico sieno (Fig. 34) segnate le piante in B, B di due

pilastri che sostengono un arco eguale al semicircolo, e sia pianta di esso la linea BB eguale al diametro. Sieno poi le altre linee descritte come nella precedente figura. Per esecuzione del proposto metodo bisogna in primo luogo scegliere nel semicircolo due punti tali, che condotte per essi le tangenti, sieno queste parallele al piano della parete. Poichè però si suppone il semicircolo verticale, egli è manifesto che i due punti estremi del diametro avranno le tangenti quali si ricercano; onde trasportati sulla parete daranno nella ellisse prospettiva due punti diametralmente opposti. Per stabilire il terzo punto si descriva sul piano geometrico il semicircolo BAB, e prolungato il diametro BB, finchè incontri GH in G, si tiri dal punto G la tangente al semicircolo. Il punto del contatto così ritrovato determina il terzo punto che si cerca. Nè osta a ciò, che il semicircolo siasi descritto nel piano geometrico; imperocchè se fingeremo che esso si aggiri intorno al diametro BB, e con esso la tangente GA, finchè si ottenga la posizione verticale, sarà sempre vero che la tangente in A concorra col diametro BB in un punto di quel piano che passa per l'occhio, e che è parallelo alla parete; onde fatta la prospettiva del punto A, supponendo il circolo verticale, si avrà un punto estremo del diametro coniugato. Se il dato semicircolo insistesse sul piano geometrico, sarebbe I pianta del punto A, ed IA altezza. Quando poi si supponga l'arco collocato in alto, siccome il dimostra la presente figura, altro artificio di più non si richiede, che quello di aggiungere

all'altezza del diametro B B la ordinata A I per avere l'altezza del punto A. Trovati sulla parete i tre punti b, a, b, si descriva col diametro $b b$ e col punto estremo a del diametro coniugato la semiellisse, e si avrà la prospettiva del dato semicircolo. Trattandosi di un arco solido, che è terminato da due semicircoli, se si farà del secondo ciò che si è fatto del primo con quelle avvertenze di omettere le linee che restano occulte all'occhio, niente rimarrà da desiderare per ciò che si aspetta alla prospettiva dell'arco.

21. Vale lo stesso metodo per disegnare la prospettiva di qualunque ellisse che o giaccia sul piano geometrico, o sia ad esso perpendicolare; anzi, attese le cose dette, può facilmente dedursi una soluzione di questo problema proposto in termini più generali. Immaginiamo o un circolo o una ellisse situata in qualsivoglia modo rispetto al piano geometrico; e sia O G H (Fig. 35) quel piano che passa per l'occhio, e che è parallelo alla parete, la quale non viene indicata nella figura, perchè senza di essa s'intenderà abbastanza ciò che siamo per dire. Si tirino due tangenti B H, B H che s'incontrino in un punto H del predetto piano, e si descriva la corda B B, prolungandola fino a che incontri il piano in un punto G. Da G si tiri la tangente G A. Fatta questa costruzione, i tre punti B, A, B posti in prospettiva danno tre punti sulla parete, che hanno la condizione ricercata. In fatti le due tangenti B H, B H per essere convergenti a un punto del piano H O G diverranno in prospettiva parallele; e però i

due punti corrispondenti ai B, B saranno gli estremi di un diametro. Per la stessa ragione le due linee G A, G B diverranno in prospettiva parallele, e però il terzo punto avrà per tangente una linea parallela al diametro già descritto, onde sarà un punto estremo del diametro coniugato. Queste riflessioni potrebbero ancora giovar molto a chi dovesse mettere in prospettiva le altre curve delle sezioni coniche, massime quando fosse la loro prospettiva o un circolo o una ellisse; ma non essendo d'alcun uso a quelli che attendono alla pratica, le lasceremo ai geometri, e ci contenteremo di quanto abbiamo spiegato nella presente Sezione.

SEZIONE SETTIMA

Della Prospettiva de' corpi regolari.

1. *Corpo* o *solido regolare* si chiama quello che ha tutti i lati e tutti gli angoli eguali. I geometri dimostrano non poter essere eguali gli angoli e i lati, senza che sieno equilatere, equiangole, ed eguali le figure che compongono la superficie. Per cagione di questa eguaglianza ponno i corpi regolari iscriversi e circoscriversi ad una sfera, come appunto succede delle figure regolari, le quali sono capaci di essere al circolo iscritte e circoscritte. Queste sono di specie infinite, ma i corpi o solidi regolari sono ristretti al numero di cinque. Volendo io trattare di questi corpi per conto della prospettiva, gioverà prima d'ogni altra cosa il

considerare come ciascuno di loro sia costrutto, ed esaminare quelle principali proprietà per le quali essi abbastanza si distinguono dagli altri corpi. Anzi io consiglierei chi si applica a questo studio, il procurarsi tai corpi in rilievo, perchè avendoli sotto gli occhi, senza fatica della immaginazione chiare si renderanno le idee di ciò che proporremo, e che senza un tale aiuto potrebbe riuscire alquanto difficile da comprendersi, massimamente da quelli che poco esercizio hanno di geometria.

2. Il più semplice fra' corpi regolari è la piramide triangolare ed equilatera che dicesi *tetraedro* (Fig. 36). Essa resta d'intorno chiusa da quattro facce o piani triangolari. Due altri corpi hanno le facce triangolari, cioè l'*ottaedro* (Fig. 38), e l'*icosaedro* (Fig. 41); il primo ne contiene otto, e il secondo venti. Uno ve n'ha composto di sei quadrati, detto perciò *esaedro* e comunemente *cubo* (Fig. 39). E finalmente quel solido che si forma con dodici pentagoni, dicesi *dodecaedro* (Fig. 42). Il tetraedro ha tanti angoli quante sono le facce, le quali abbiamo detto essere quattro. Gli altri solidi a due a due si permutano il numero delle facce e degli angoli. L'ottaedro ha sei angoli quante sono le facce del cubo, il quale contiene otto angoli, essendo altrettante le facce dell'ottaedro. L'icosaedro ha dodici angoli, e appunto dodici sono le facce del dodecaedro, il quale contiene venti angoli, quante abbiamo detto essere le facce dell'icosaedro. Con queste notizie sarà facile il determinare il numero de' lati di ciascun solido, il qual numero dipende e dal

numero de' lati che chiudono la figura che è faccia del solido, e dal numero delle facce, avvertendo però che ciascun lato serve a due facce. Per la qual cosa se si moltiplicherà il numero de' lati della figura per il numero delle facce, e questo prodotto si dividerà per due, risulterà il numero cercato de' lati. Per esempio, essendo il dodecaedro chiuso da dodici pentagoni, sarà il numero 5 quello de' lati della figura, il quale moltiplicato per 12, numero delle facce, darà 60, e questo diviso per 2 darà 30, onde conchiuderemo essere 30 i lati del dodecaedro. Con questa regola troveremo che il tetraedro ha sei lati, che l'ottaedro e il cubo hanno dodici lati, e che l'icosaedro e il dodecaedro ne hanno trenta.

3. Immaginiamo ora uno di que' cinque solidi, qualunque sia, iscritto ad una sfera. È già noto che quel punto che è centro della sfera, è parimente centro del solido, di cui gli angoli vanno a terminare alla superficie della sfera. È parimente noto che tagliandosi in qualsivoglia modo la sfera con un piano, la sezione è sempre circolo, il quale diviene maggiore o minore secondo che il piano secante passa più da vicino o da lontano dal centro. Allorchè il piano passa pel centro, il circolo dicesi massimo, e dicesi minore il circolo se il piano non incontra il centro. Qualunque faccia del solido può riguardarsi come un piano, il quale avendo qualche distanza dal centro, prolungato che sia da ogni parte, taglierà la sfera in un circolo minore. A questo circolo rimane iscritta la figura che è faccia del solido, giacchè la

sezione vien fatta dal piano della stessa figura, che va a terminare alla superficie della sfera.

4. Conviene avvertire che il solo tetraedro è di natura sua talmente costrutto, che a ciascun angolo vi si oppone una faccia, e a ciascuna faccia resta opposto un angolo; ond'è che se immagineremo una linea che parta da un angolo, e che passi pel centro della sfera, a cui è iscritto il tetraedro, prolungata che essa sia, andrà a cadere perpendicolarmente sopra una faccia. Negli altri corpi qualunque angolo è diametralmente opposto ad un altro angolo, e qualunque faccia è diametralmente opposta ad un'altra faccia, essendo queste tra loro parallele. Supponendosi ciascuno di questi solidi collocato sopra un piano orizzontale, di maniera che una faccia si adatti ad esso piano, e sia base del solido, la sola piramide o tetraedro avrà nella cima un angolo, e gli altri solidi avranno un piano parallelo a quello della base. Premesse queste poche riflessioni, passeremo a trattare di ciascun solido in particolare, insegnando il modo di farne la prospettiva.

5. Abbiasi il diametro VH della sfera (Fig. 36), a cui sia iscritto un tetraedro. S'intenda fatta una sezione nella sfera con uno di que' piani che sono faccia del tetraedro, e sia questa sezione in EF. Dunque un circolo che abbia per diametro EF, sarà capace di un triangolo equilatero eguale alla base del tetraedro, il quale avendo un angolo solido diametralmente opposto alla base, dovrà esso cadere nel punto estremo V del diametro perpendicolare alla sezione, e però GV sarà l'altezza del tetraedro.

E perchè possiamo fingere che il triangolo iscritto nel circolo che ha per diametro E F, e che è base del solido, abbia un angolo nel punto E, condotta E V, sarà questa un lato del tetraedro. Dico ora che prendendosi G H eguale alla terza parte del diametro V H, la sezione in E F sarà capace di un triangolo o di una faccia del tetraedro, siccome si raccoglie da ciò che Euclide insegna (*Prop. XIII*, *lib. III* de' Solidi). Pertanto se vorremo costruire la pianta di questo solido iscritto in una data sfera V E H F, e preparare tutto ciò che al disegno è necessario; presa G H terza parte del diametro, e condotta la perpendicolare E F, si descriva un circolo col raggio A C eguale ad E G, e iscrivasi in esso un triangolo equilatero A, il quale, per ciò che si è detto, avrà ciascun lato eguale alla linea E V. Si faccia la prospettiva di questo triangolo, e in oltre si cerchi la prospettiva di un punto che abbia per pianta il centro del circolo C, e per altezza una linea eguale alla linea G V. Trovato questo punto sulla parete, e condotte le linee, che mostra la figura, a ciascun angolo del triangolo già descritto, sarà compita la prospettiva del tetraedro.

6. Prima di trattare degli altri solidi si vuole premettere un teorema che serve a trovare speditamente il raggio di un circolo capace di contenere un dato triangolo equilatero. Dimostra Euclide (*Lib. III* de' Solidi, *prop. XII*) essere il lato del triangolo equilatero triplo in potenza del raggio del circolo circoscritto, cioè a dire il quadrato del primo essere triplo del quadrato

del secondo. Posto ciò, si descriva un semicircolo con qualsivoglia diametro A B (Fig. 37), e si distenda come corda il lato A D del dato triangolo, e tirisi l' ordinata C D. Si prenda la terza parte di A C, e sia questa A E. In E si alzi l' ordinata E F, e congiungasi A F, la quale sarà eguale al raggio del circolo che si cerca. Per dimostrare ciò basta provare che, posta questa costruzione, il quadrato di A D sia triplo del quadrato di A F. Infatti essendo il quadrato di A D eguale al rettangolo di A B × A C, e il quadrato di A F eguale al rettangolo di A B × A E, ed essendo la ragione di questi rettangoli la stessa che quella delle linee A C, A E, avranno parimente i quadrati la ragione delle linee A C, A E: ma per costruzione A C è tripla di A E; dunque ancora il quadrato di A D è triplo del quadrato di A F. Se si trattasse di cercare il raggio di un circolo capace di un dato quadrato, giacchè il quadrato iscritto è doppio del quadrato del raggio, egli è evidente che in tal caso si dovrebbe prendere A E eguale alla metà di A C.

7. Sia H V (Fig. 38) un diametro della sfera, cui s' intenda iscritto l' ottaedro. Dimostra Euclide (*Lib. III* de' Solidi, *prop. XIV*) essere il lato di esso eguale alla corda di gradi 90 di un circolo massimo della sfera V P H. Dividasi il diametro H V in R di maniera che sia H R la sesta parte del diametro, oppure, che è lo stesso, la terza parte del raggio. Si tiri l' ordinata R P e la corda H P. Questa sarà eguale al raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto sopra la corda di gradi 90 per

il teorema antecedente; e perchè la corda di gradi 90 è lato dell'ottaedro, il raggio HP ci somministra quel circolo che nasce nella sfera per la sezione di un piano che sia faccia dell'ottaedro. Pongasi la linea HP ad angoli retti col diametro in HQ, e si alzi in Q la perpendicolare che tagli il circolo ne' punti E, M. Per E, M s'intendano condotti nella sfera due piani EF, MN perpendicolari al diametro, i quali formeranno nella sfera due sezioni circolari, parallele ed eguali, delle quali ciascuna sarà capace di un triangolo dell'ottaedro, avendo per semidiametro una linea eguale ad HQ. Per la qual cosa supponendosi che una faccia dell'ottaedro iscritto nella data sfera si adatti al piano EF, la faccia opposta si troverà necessariamente sul piano MN, e preso per base del solido il piano EF, sarà l'altezza di esso eguale alla linea EM. Sebbene i triangoli opposti nel solido sieno piani paralleli, non sono però similmente posti; poichè se nel piano inferiore fingiamo che un angolo del triangolo cada in E, nel piano superiore non potrà cadere in M, ma bensì in N, dovendo essere, per quello che si notò da principio, diametralmente opposti gli angoli nel solido. Questa avvertenza gioverà per la icnografia che ora intraprenderemo. Con semidiametro eguale ad HQ si descriva sul piano geometrico un circolo che sarà pianta de' due circoli fatti nella sfera per le due sezioni EF, MN. Se ne divida la circonferenza in sei parti, e sopra tre divisioni si formi il triangolo equilatero A. Prendendosi esso per base dell'ottaedro, colle altre tre divisioni si

avrà un altro triangolo equilatero B, che sarà pianta dal triangolo opposto alla base, giacchè debbono detti triangoli incrocicchiarsi per la opposizione che abbiamo detta degli angoli solidi. Se poi dagli angoli di un triangolo si condurranno linee rette agli angoli prossimi dell' altro triangolo, sarà compita tutta la pianta del solido, in cui sarà facile il riconoscere gli otto triangoli corrispondenti a ciascuna faccia. Si trasporti sulla parete la base A con gli usati metodi di prospettiva, e poscia il triangolo B che ha sopra il piano geometrico un' altezza eguale alla linea E M. Descritti questi due triangoli, e congiunte le linee che dagli angoli del piano superiore vanno agli angoli dell' inferiore, sarà compita la prospettiva dell' ottaedro, come si vede nell' annessa figura.

8. Per descrivere il cubo in prospettiva non abbisogna alcuno particolare artificio. Solamente richiede il buon ordine che si dimostri il rapporto che ha il lato di esso col diametro della sfera, a cui è iscritto, siccome abbiamo fatto degli altri corpi regolari. Sia un cerchio massimo della sfera V P H (Fig. 39), e descritto un diametro V H, se ne prenda la terza parte H R; indi condotta l' ordinata R P e la corda H P, sarà questa eguale al lato del cubo (Euclide, *prop. XV*, *lib. III* de' Solidi). Dividasi H R per metà nel punto E. La corda corrispondente H F sarà per la dimostrazione (§ 6) eguale al raggio del circolo capace di un quadrato che abbia per lato la linea H P, e però H F sarà eguale al raggio di quella sezione che si farebbe nella sfera con una faccia del cubo.

Ora non sarà inutile il riflettere, che essendo HE la sesta parte del diametro, la costruzione che serve ora per il cubo affine di determinare il raggio di quella sezione della sfera, in cui trovasi una faccia di esso cubo, è affatto la stessa che ha servito per l'ottaedro; onde si rende manifesto che questi due solidi iscritti ad una sfera hanno le facce ad eguali distanze dal centro; e però diremo di loro ciò che Euclide dimostra dell'icosaedro e del dodecaedro, cioè che essendo iscritti alla medesima sfera, possono ad una stessa sfera essere circoscritti. Conchiuderemo parimente, che essendo le facce dell'ottaedro e del cubo ad eguale distanza dal centro della sfera, saranno eguali le distanze de' piani opposti; e l'altezza dell'uno eguale all'altezza dell'altro. Ciò ci somministra un metodo facile per descrivere in prospettiva l'ottaedro senza ricorrere alla sfera, a cui è iscritto; e ritornando alla figura 38, abbiasi un triangolo A che sia base dell'ottaedro, e un altro triangolo B che sia pianta della faccia opposta. Per avere l'altezza della faccia B sopra il piano geometrico si cerchi la corda di gradi 90 del circolo AB, a cui sono iscritti i predetti triangoli. Questa corda essendo il lato del quadrato, di cui è capace il circolo AB, sarà parimente il lato del cubo, la cui altezza è eguale a quella dell'ottaedro.

9. Molto più composta delle precedenti sarà la costruzione dell'icosaedro a cagione del maggior numero degli angoli solidi. Noi determineremo in primo luogo il lato di esso, essendo dato il diametro della sfera. Sia AB (Fig. 40)

il diametro della sfera, ed A C eguale al semidiametro, e sieno queste due linee ad angoli retti. Si congiunga C B, e in essa si tagli C D eguale a C A, e tirisi A D, che sarà il lato cercato dell'icosaedro (Euclide, *prop. XVIII, lib. III* de' Solidi). Trovata A D, per avere il raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto sopra A D, si descriva col centro C, e col semidiametro C A eguale a C D, un arco di circolo, e si tiri l'ordinata D L; indi presa A F terza parte di A L si alzi l'ordinata F E, e si descriva la corda A E, la quale sarà eguale al raggio del circolo (§ 6). Per la qual cosa se nella data sfera intenderemo fatta una sezione che abbia per raggio la linea A E, cadrà essa a quella distanza dal centro della sfera, in cui trovasi un piano o faccia dell'icosaedro. Sia per tanto H V (Fig. 41) il diametro della data sfera, e pongasi ad angoli retti in H Q una linea eguale al raggio trovato del circolo capace del triangolo dell'icosaedro, e in Q si alzi una perpendicolare, per cui si avranno nella sfera due punti E, M, per i quali condotti due piani E F, M M ad angoli retti col diametro V H, ne verranno due sezioni capaci del triangolo dell'icosaedro; onde se supponiamo che una faccia cada in E F, dovrà la faccia opposta cadere sul piano M N; e se si prende la faccia in E F come base del solido, sarà l'altezza eguale alla linea E M. Sebbene nella pianta i due circoli E F, M N formino un solo circolo, non succederà però lo stesso ai triangoli iscritti, i quali dovranno incrocicchiarsi tra loro per la stessa ragione

che abbiamo detto trattando dell'ottaedro. Egli è pure manifesto che se avremo un angolo nel punto E, dovrà un altro angolo cadere nel punto opposto N. Prendasi ora il lato trovato dell'icosaedro, e stendasi sulla circonferenza del circolo in E P, come pure in N S. Con questa costruzione restano determinati due altri punti nella sfera P, S, ove cadono due angoli del solido iscritto, del che ciascuno resterà facilmente persuaso riflettendo in qual modo sieno nel solido disposti i lati intorno a ciascun angolo. Per i due punti P, S si facciano nella sfera due sezioni P R, O S parallele alla base. Queste incontreranno gli altri angoli dell'icosaedro. Imperocchè essendosi determinato l'angolo solido P, come ancora l'angolo solido S col descrivere una linea E P, oppure N S eguale al lato dell'icosaedro, e che parte da un angolo E della base, oppure da un angolo N del piano opposto; se intenderemo fatta la stessa costruzione rispetto a ciascun angolo della base, o del triangolo ad essa opposto, è chiaro che nella sezione P R, come pure nella O S dovranno trovarsi tre angoli solidi distribuiti ad eguali intervalli: ma noi sappiamo essere dodici gli angoli dell'icosaedro; dunque non è possibile avere altro angolo solido oltre a quelli che abbiamo detto cadere nelle quattro sezioni E F, M N, P R, O S. Le due sezioni P R, O S essendo eguali e parallele, dovranno confondersi insieme nella pianta, e rappresentarsi con un solo circolo, come interviene alle altre due sezioni E F, M N. Laonde se descriveremo due circoli concentrici A, D, uno con

diametro eguale ad E F, e l'altro con diametro eguale a P R, sarà certo che la pianta di ciascun angolo dovrà cadere sulla periferia di uno di questi circoli. Conviene pure riflettere che qualunque circolo massimo della sfera come V P H R, che sia retto sopra la base del solido, si trasforma nella pianta in una linea retta che passa pel centro dei circoli già descritti; onde qualunque linea retta che giaccia sul piano del detto circolo massimo, avrà per pianta una linea, che prolungata dovrà passare pel centro. Premesse queste riflessioni, si descrivano i due triangoli A, B, il primo de' quali sia base del solido, e il secondo sia pianta della faccia opposta. Da ciascun angolo di questi triangoli si tirino altrettante linee rette A C, B D, che vadano a terminare alla periferia dell'altro circolo, e sieno tutte dirette al centro. Egli è manifesto, per le cose dette, che ciascuna di queste linee corrispondenti alle P E, N S, ec. darà sulla periferia del circolo esteriore la pianta degli angoli solidi delle due sezioni P R, O S. Che se vorremo compiutamente descritta la pianta dell' icosaedro, altro a fare non resta che condurre per ciascun angolo le linee che mostra la figura. Stabilita la pianta troveremo facilmente per mezzo del circolo massimo della sfera l'altezza di ciascun angolo. Imperocchè essendo il triangolo B la pianta della faccia opposta alla base, sarà l'altezza dei tre angoli B eguale alla distanza che hanno le due linee M N, E F. Così pure i tre angoli C, che appartengono nella sfera alla sezione P R, avranno per altezza una

linea eguale alla distanza delle due P R, E F; e finalmente i tre angoli D corrispondenti alla sezione O S avranno per altezza una linea eguale alla distanza delle due O S, E F. Con ciò resta stabilito quanto abbisogna per descrivere l'icosaedro.

10. Con metodo non dissimile dall' antecedente intraprenderemo a descrivere il dodecaedro. Insegna Euclide (*Prop. II, lib. IV* de' Solidi) che il medesimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro, e il triangolo dell'icosaedro iscritti alla medesima sfera; dal che si raccoglie che le facce dell' uno e dell' altro solido hanno la stessa distanza dal centro, e che la stessa costruzione che abbiamo fatta per l' icosaedro affine di trovare i punti E M, e le due opposte sezioni E F, M N, servirà egualmente per il dodecaedro. Stabilite per tal modo le due sezioni E F, M N (Fig. 42) capaci di contenere il pentagono del dodecaedro, si descriva un circolo A B A B col diametro eguale ad E F, e se ne divida la circonferenza in dieci parti con que' metodi che i geometri insegnano; indi si descrivano i due pentagoni A, B, i quali sebbene corrispondono a due facce tra loro parallele, non si trovano però similmente posti, per la ragione che abbiamo altre volte accennato della opposizione degli angoli solidi. Descritti questi pentagoni, il lato di essi sarà lato del dodecaedro; onde stendendo sulla periferia del circolo massimo della sfera in E P ed in N S il detto lato, verranno a determinarsi due angoli solidi P ed S; e fatte nella sfera due sezioni P R, O S parallele alla E F, oppure

alla M N, ciascuna di esse incontrerà cinque angoli solidi, valendo le stesse ragioni che si sono dette per l'icosaedro. Per compire la pianta del solido si descriva nel piano geometrico un circolo concentrico al primo con diametro eguale a P R, il quale corrispondendo alle due sezioni P R, O S, dovrà contenere le piante di quegli angoli solidi che si trovano in dette sezioni. Per determinare questi punti basterà condurre da ciascun angolo A, B delle rette linee dirette al centro, poichè dove queste incontreranno il circolo esteriore, ivi si avrà la pianta dei predetti angoli. Descritte poi quelle linee che mostra la figura, sarà compita la pianta del dodecaedro. Avremo in oltre l'altezza di ciascun angolo per mezzo della sfera. Imperocchè essendo i punti B le piante di que' cinque angoli solidi che si trovano nella sezione M N, sarà l'altezza di ciascuno eguale alla distanza delle due sezioni M N, E F; e parimente essendo i punti C le piante di quegli angoli che appartengono alla sezione P R, sarà l'altezza di essi eguale alla distanza delle due sezioni P R, E F; e finalmente gli angoli che soprastanno ai punti D, e che si trovano nella sezione O S, avranno l'altezza eguale alla distanza delle sezioni O S, E F.

11. Il metodo che abbiamo tenuto per descrivere in prospettiva i cinque corpi regolari, non comprende tutti i casi possibili, ne' quali potrebbero i problemi essere proposti; mentre dalle cose dette non apparisce in che modo dovesse regolarsi il prospettivo, quando il corpo non posasse con una sua faccia sul piano

geometrico, ma giacesse sopra un piano inclinato, oppure si riguardasse il corpo come sospeso ad un filo, nel qual caso potrebbe esso naturalmente ricevere qualunque inclinazione. La ricerca in termini così generali sarebbe da principio riuscita troppo difficile, e per lo contrario io spero che riuscirà molto facile dopo le cose spiegate, giacchè non abbisognano nuovi teoremi, e serve la stessa regola per ciascun de' cinque corpi. Per tanto io prenderò a dimostrare come descrivasi l'ottaedro in prospettiva, qualunque sia la sua positura rispetto ad un piano orizzontale, e ciò basterà per far comprendere quello che debba farsi per gli altri corpi regolari.

12. Sia in GK un piano orizzontale (Fig. 43), a cui sia retto il piano del circolo massimo VEHF della sfera posta a qualsivoglia distanza del piano GK. Si prenda ad arbitrio un diametro VH inclinato al piano GK, e si facciano nella sfera due sezioni perpendicolari ad VH capaci di contenere i due triangoli opposti dell'ottaedro (§ 7). Stabiliti questi due piani EF, MN, non perciò resta determinata nella sfera la positura del solido, poichè se faremo conto che esso si aggiri intorno al diametro VH scorrendo gli angoli solidi sulla periferia dei due circoli che hanno per diametro EF, MN, in infinite maniere diverse si troverà situato dentro la sfera, restando però compreso fra i due piani EF, MN. Dovendosi assegnare al solido una certa positura tra le infinite che può avere fra i predetti due piani, sarà espediente valersi di quella figura che da principio fu

descritta, e che rappresenta la pianta dell'ottaedro giacente sul piano geometrico. In essa condotto un diametro qualunque X Z, si dee far conto che corrisponda al diametro E F, oppure M N, giacchè, come è noto, la sezione che ha per diametro E F oppure M N è eguale al circolo A B A B. Sopra X Z si tirino da ciascun angolo le perpendicolari A 1, A 2, A 3, e prese nella precedente figura E 1 eguale ad X 1, E 2 eguale ad X 2, E 3 eguale ad X 3, verranno stabiliti i punti sul diametro E F, ove cadono le perpendicolari da ciascun angolo della faccia iscritta alla sezione E F nella supposta situazione del solido. Nello stesso modo condotte dagli angoli B sopra X Z le perpendicolari B 4, B 5, B 6, si troveranno sulla linea M N i punti 4, 5, 6, ove cadono le perpendicolari dagli angoli della faccia iscritta nella sezione M N. Per l'icosaedro e pel dodecaedro niuna altra differenza vi sarà nella pratica di questo metodo, se non quella, che essendo la pianta dell'uno e dell'altro solido composta di due circoli concentrici, dovrà farsi in ciascuno dei circoli quello che ora si è fatto per riguardo al circolo A B A. Ritornando alla sfera, egli è facile intendere che le perpendicolari che cadono dagli angoli sulla E F e sulla M N essendo rette al piano del circolo massimo V E H F, è forza che sieno parallele al piano orizzontale; per la qual cosa le linee 1. 1, 2. 2, 3. 3, 4. 4, ec. condotte perpendicolarmente dai punti 1, 2, 3, 4, ec. sopra G K sono misura dell'altezza di ciascun angolo. S'intende ancor facilmente, che se sul piano orizzontale si

descriverà ad angolo retto colla GK nel punto 1 una linea eguale all'ordinata della sezione, cioè eguale ad A 1, il punto estremo di essa linea si troverà a piombo sotto l'angolo, e però sarà pianta di esso. Veniamo ora alla pratica di questo metodo. Si segni sul piano geometrico una *g k* coi punti 1, 2, 3, 4, ec., che abbiano quella distanza fra loro che hanno nella linea GK. In 1 si tiri una perpendicolare eguale ad A 1, in 2 una perpendicolare eguale ad A 2, in 3 una perpendicolare eguale ad A 3 da quella parte, rispetto alla linea *g k*, ove cadono le ordinate nel circolo A B A B rispetto al diametro X Z. Per le cose dette i punti estremi di queste perpendicolari daranno le piante degli angoli che si trovano nella sezione E F, secondo che esige la supposta posizione del solido. Facciasi lo stesso per gli altri punti 4, 5, 6, e si avranno le piante degli angoli che appartengono alla sezione M N. Per descrivere compiutamente la pianta del solido, converrebbe disegnare diversi triangoli sopra i punti A, B notati sul piano geometrico; ma si tralasciano, non essendo necessarii al rimanente della operazione, che potrà poi eseguirsi colle solite regole di prospettiva, giacchè sono date le piante A, B degli angoli, e sono date le altezze per mezzo delle linee 1. 1, 2. 2, 3. 3, 4. 4, ec. Anzi perchè in questa operazione, come ancora in tutte le altre precedenti, si tratta di cercare la prospettiva di un punto superiore al piano geometrico, potrebbe riuscire comodo il metodo spiegato (§ 4, Sez. III) per le ragioni addotte nell'articolo precedente della stessa Sezione. Se

mai s' incontrasse qualche difficoltà nel distinguere tutte le linee che dagli angoli A vanno agli angoli B, potrà servire di regola la pianta espressa col circolo A B A B, in cui sappiamo che qualunque angolo A si congiunge con due linee ai due prossimi angoli B, B; cioè il punto A, che ha per ordinata A 2, resta congiunto ai due punti B, B, uno de' quali ha per ordinata B 4, e l'altro B 6. Facendosi questa riflessione sulla pianta che abbiamo ultimamente descritta, si vede tosto quali linee s'abbiano a condurre dai punti A ai punti B; e questa stessa riflessione servirà di guida per distinguere sulla parete que' lati che nell'ottaedro congiungono i due triangoli opposti A, B.

13. Per far uso in un caso particolare del metodo spiegato nel precedente articolo, facciamo conto che fosse proposto da disegnare l'ottaedro quale apparirebbe stando con un angolo sul piano geometrico di maniera che non inclinasse da alcuna parte. In primo luogo s'intenda condotto nella pianta espressa col circolo A B A B un diametro X Z per modo che incontri due angoli opposti A, B; indi condotte dagli angoli le ordinate sopra questo diametro, si notino i punti corrispondenti sulle due sezioni E F, M N; con che si viene a supporre che nella sfera un angolo del solido cada in F, e l'opposto in M. Tirando per F una tangente alla sfera, o sia al circolo V E H F, se questa tangente sarà riguardata come una linea orizzontale, e si farà rispetto ad essa ciò che si fece rispetto alla G K, le misure che verranno da tal costruzione saranno quelle che daranno

alla prospettiva del solido l'apparenza che si domanda. La cosa è tanto chiara per sè, che non abbisogna di dimostrazione.

14. Abbiamo sempre supposto essere dato il diametro della sfera, a cui sono iscritti i corpi regolari, e quindi abbiamo cercata la misura di quelle linee che abbisognano per descrivere le prospettive. Comechè io abbia tenuto quest'ordine, non è però che i problemi non si potessero egualmente sciorre, se invece di supporre dato il diametro della sfera si prendesse per dato un lato del solido, non richiedendosi cognizioni ulteriori a quelle che si hanno dalle precedenti dimostrazioni. Nel tetraedro essendo dato il lato E V (Fig. 36), si cercherà il raggio E G di quel circolo (§ 6) che è capace di un triangolo equilatero fatto sopra il lato E V. Formandosi poscia colle due linee E V, E G un triangolo rettangolo in G, si conoscerà l'altezza G V del tetraedro. Trattandosi del cubo non vi è bisogno di un particolare artificio. Per l'ottaedro basterà valersi del metodo esposto (§ 8). Per gli altri due solidi converrà cercare in primo luogo il diametro della sfera, a cui resta iscritto il solido, che abbia il lato della data misura, e nel rimanente si procederà come negli articoli precedenti. Per trovare questo diametro della sfera, essendo A D (Fig. 40) eguale al lato dell'icosaedro, si formi sopra di esso un triangolo isoscele A D C che abbia l'angolo in C tale, che il suo seno D L sia doppio del cosino C L, e si avrà il lato C A (§ 9) eguale al semidiametro che si cerca. Se fosse dato il lato del

dodecaedro, si cerchi il raggio del circolo capace del pentagono fatto sopra il detto lato, e nel medesimo circolo si trovi il lato del triangolo equilatero iscritto; e con questo si determini come dianzi il semidiametro della sfera, giacchè sappiamo che la stessa sfera è capace dell'uno e dell'altro solido, qualora il triangolo dell'uno e il pentagono dell'altro restano iscritti al medesimo circolo.

SEZIONE OTTAVA

Della Prospettiva delle soffitte e delle scene.

1. Comprenderemo in questa Sezione tanto la prospettiva delle soffitte, quanto quella delle scene; e tratteremo brevemente dell'una e dell'altra, essendo nostra intenzione non già di dar precetti per la pratica, ma di dimostrare a chi studia, che vagliono per queste operazioni le medesime regole da noi spiegate nelle precedenti Sezioni, e che solo abbisognano alcune particolari avvertenze per le diverse circostanze alle quali conviene adattarsi. Incominciando dalle soffitte, o esse sono piane, o curve come le volte. Se la soffitta sarà una superficie piana, la sola differenza che trovasi per conto della esecuzione consiste in ciò, che ove prima abbiamo sempre supposto il piano di prospettiva in una posizione verticale, lo considereremo ora situato orizzontalmente, e immaginando l'occhio nel mezzo della camera all'altezza di un uomo, si prenderà la distanza del piano

o soffitta con una linea perpendicolare condotta dall' occhio, la quale determinerà nel piano il punto principale. Fingendo poscia che gli oggetti sieno di là della soffitta, se ne farà la proiezione con que' metodi che abbiamo spiegati. In somma la figura prima di questo Trattato somministra l'idea di ciò che si ha a fare presentemente, bastando solo rivolgere la figura, e presentarsela alla mente in modo che il piano geometrico acquisti una posizione verticale, e il piano di prospettiva una posizione orizzontale. Le piante sul piano geometrico riusciranno differenti da quelle che sogliono aversi negli altri disegni; perchè se l'oggetto sarà, per esempio, una colonna, la quale deve stare in una linea verticale, a cui ora è parallelo il piano geometrico, per formare la pianta, bisogna immaginarla come distesa sul piano geometrico. Lo stesso dovrà dirsi della ortografia, la quale non corrisponderà all' altezza degli oggetti, ma bensì alla loro grossezza o profondità.

2. Occorre alle volte di dovere supplire colla pittura a qualche difetto della fabbrica, e che per esempio sia a carico del pittore il far comparire più alta una camera che fosse deforme per la troppa bassezza. Per spiegare con chiarezza l' artificio che suole praticarsi, immaginiamo fatta una sezione verticale della camera (Fig. 44), la qual sezione passi per l'occhio O, e sia parallela ad un muro. Sia in AB la soffitta, e i muri in AC e BD; e supponiamo che per ottenere l' altezza proporzionata alle altre dimensioni abbisognasse rialzare la soffitta fino in GH. Deve il prospettivo far conto che

gli oggetti da rappresentare sieno superiori al piano G H, e che restino compresi entro le linee che dall'occhio O vanno ai punti G, H. Essendo poi essi proiettati o sulla parete G H colla distanza dell' occhio O F, oppure sulla parete A B colla distanza O *f*, compariranno sotto le stesse forme e colle stesse proporzioni, e altra differenza non vi sarà che nella grandezza delle immagini prospettive. Giacchè il disegno dovrà farsi sulla parete A B, non potrà esso occupare che lo spazio *a b* che resta entro l' angolo G O H, lasciando d'ogni intorno uno spazio vano A *a*, B *b*. Perchè se si vuole che i muri sembrino alzarsi fino in G e H, converrà esprimere col dipinto la continuazione del muro nello spazio vano A *a*; B *b*; e per meglio riuscire in ciò gioverà fingere una cornice o altro simile ornamento sull' ideato muro B H, A G, la quale sia poi disegnata colle regole di prospettiva in A *a* e B *b*. Forse non sarebbe mal fatto, per disporre l' occhio a ben ricevere questa apparenza, di dar principio alla pittura sul muro sotto di A e di B, formando quivi l'architrave, e sopra di esso le mensole, e poi la cornice nei due piani A *a*, B *b*. Molte pitture sono state eseguite a questo modo dal Dentone gran maestro in questo genere di prospettiva, il quale ha saputo così bene eseguire le sue idee aggiungendo al disegno i colori naturali e i lumi confacenti al luogo, che l'occhio resta ingannato nel giudicio che forma della distanza o dell' altezza della soffitta.

3. Quando la soffitta non fosse piana, ma

curva come una volta, sarà più difficile l'operazione, e chi volesse tenervi dietro con speculazioni geometriche, riuscirebbe tanto malagevole che non si apporterebbe alcun soccorso alla pratica. Ciò si rende manifesto tosto che si consideri che nel caso di una volta tutte le piramidi fatte dalle linee visuali vengono intercette da una superficie curva, e che la prospettiva di qualunque oggetto sarà quella sezione che si fa dalla detta superficie curva colla piramide. Perchè poi le superficie delle volte sono di diverse figure o curvità, ciascuna delle quali richiederebbe un metodo particolare, sarà più espediente ricorrere alle regole pratiche, giacchè sopra tutto si studia di eseguire ciò praticamente. Nella prospettiva del Vignola si propone un metodo che in vero sembra alquanto faticoso in pratica. Si prescrive di pigliare la circonferenza del sesto della volta con una centina; indi mettere le vere grandezze degli oggetti alla debita distanza, e poi colle linee condotte al punto dell'occhio osservare ove esse taglino la circonferenza per avere le altezze apparenti. Noi crediamo più spedita l'operazione se si farà nel modo seguente.

4. Trattandosi dunque di una volta di qualunque siasi curvità, ci immagineremo un piano sotto di essa, per esempio dove la volta si unisce coi muri. Si divida questo piano in tanti quadrati, lo che potrà sempre eseguirsi con facilità, dividendo i lati di esso in parti eguali, e distendendo delle funi per i punti corrispondenti delle divisioni dei lati opposti. Si chiuda

la camera, così che il lume non entri da alcuna parte, e posta una candela accesa nel punto di veduta, resterà la volta divisa dalle ombre che gettano le funi in tante parti, quanti sono i quadrati delle funi; e sebbene dette parti sieno per essere ineguali e di differente figura, sarà però ciascuna la comune sezione della volta con una piramide che abbia il vertice nella fiamma, e per base un quadrato funicolare, giacchè prolungata la detta piramide fino alla volta resterà intercetta precisamente dentro ad un quadrilatero curvilineo. Si segnino le curve delle ombre, e questa descrizione sarà dopo di guida alla operazione. Supponiamo in luogo della fiamma sostituito un occhio, e immaginiamoci diversi oggetti di là della volta. È certo che essi saranno veduti dall' occhio secondo le direzioni di quelle linee che formano le piramidi, e che quella parte di oggetto che occupa un quadrato funicolare, occuperà il quadrilatero curvilineo corrispondente. Se accadesse che le ombre delle funi non si manifestassero assai distintamente per l' ampiezza della camera, potrebbesi allora ottenere la stessa divisione per mezzo di un filo, perchè tenendolo coll' un capo fisso nel punto destinato per l' occhio, e facendolo scorrere coll' altro capo sulla superficie della volta in maniera però che restasse sempre aderente ai lati dei quadrati funicolari, esso segnerebbe le stesse curve che nascono per le ombre. In qualunque modo ciò sia eseguito, se il pittore avrà fatto a parte un disegno secondo le regole di prospettiva, come se dovessero rappresentarsi gli oggetti sulla

superficie piana, e dividerà il disegno nello stesso numero di quadrati ne' quali fu divisa la superficie piana sotto la volta, esso servirà di norma per compartire gli oggetti sulla superficie curva secondo quella disposizione che esige la prospettiva. Sebbene questo metodo non prometta tutta quella esattezza che pretenderebbe un geometra, pure sarà sufficiente per la pratica, se supponiamo in oltre molta accuratezza in chi opera, e molta abilità nel distribuire le tinte e le ombre; le quali cose tutte insieme daranno come l'essere al dipinto, e perdendo l'occhio quasi affatto il senso della volta, crederà di vedere gli oggetti, quando però l'argomento sia tale che si adatti al luogo, e concorra a cagionare questo piacevole inganno.

5. Dopo di avere dimostrato che servono le stesse regole per dipingere le soffitte, mostreremo ora essere della medesima condizione la prospettiva delle scene. Qualunque volta fossero le scene costrutte di pietra o di legno, non vi sarebbe di necessità alcuna di regolarne la simmetria colla prospettiva, a cui conviene ricorrere per l'uso che vi è comunemente da tutti accettato di farle dipinte. Non ostante però che abbiano alcuni fatte le scene di legno colle parti rilevate, pure hanno creduto ben fatto d'aggiungervi una certa degradazione forse per l'angustia del luogo che volevano far comparire maggiormente spazioso. Tale è la forma del teatro olimpico costrutto in Vicenza dall'insigne Palladio, come ciascuno può intendere dall'esatta ed erudita descrizione che ne ha fatta il Montenari. A' giorni nostri si fanno le

scene di tela dipinta, e non si potrebbe altrimente, volendosi nella stessa rappresentazione far comparire ora un tempio, ora una boschereccia, ora una reggia, contro il rigoroso precetto datoci dagli autori di osservare l'unità del luogo in ogni drammatico componimento. Costumavano gli antichi tre scene diverse, una per la tragedia, un' altra per la commedia, e la terza per la satira; e volendo pure dilettare il popolo con nuovi oggetti senza pregiudicare all' unità del luogo, provvedeano i loro teatri di macchine per far comparire o una deità che discendesse fra le nubi dal cielo, o altri spettacoli di simil natura. Per questo triplice genere di scene ci parlano alcuni antichi autori di certe macchine triangolari o prismi, che rivolgendosi intorno ad un perno presentavano quella faccia che era adattata alla rappresentazione o tragica, o comica, o satirica. Lascieremo agli eruditi queste ricerche della forma delle scene praticata ne' tempi addietro, e ci restringeremo a parlare di ciò che s'usa a' tempi nostri. Conviene in primo luogo esaminare la situazione del palco, su cui stanno le scene, il quale chiamasi da alcuni *Foro della scena*. Esso, come a tutti è noto, è un piano inclinato, la cui fronte resta superiore alla platea quanta è la statura di un uomo, o poco più, essendo essa fronte alta incirca piedi 5. La elevazione non si trova la stessa in tutti i teatri. L'hanno fatta alcuni eguale alla nona parte della lunghezza; e quando l'altezza della fronte fosse minore di piedi 5, la pratica insegna che la decima o l'undecima ed anche

la duodecima parte sia sufficiente. Decideranno gli architetti sulla preferenza di queste misure, e noi intanto procureremo di regolare la prospettiva per una data situazione del palco. Qualunque edificio suol stabilirsi sopra un piano orizzontale, e ciò si osserva con più rigore quando si tratta della parte interna di esso; e perciò converrà riguardare la pendenza del palco come una apparenza e come un effetto della prospettiva, e mettere a calcolo questa reale inclinazione, acciò non nascano contraddizioni nelle idee che si vogliono risvegliare nella fantasia degli spettatori. Conviene in oltre avvertire, che trattandosi di un teatro non abbiamo una sola parete, a cui riferire gli oggetti, conforme alla supposizione fatta in tutto il presente Trattato, ma abbiamo tante pareti, quanti sono i telai di ciascuna scena, altri più vicini, altri più lontani dall' occhio.

6. Cominciando dal palco, si esamini la sua inclinazione col piano orizzontale. S' intenda fatta una sezione del teatro con un piano verticale che passi per l'occhio O (Fig. 45), e che sia perpendicolare alla fronte del palco. Sia A B l'altezza della fronte, A 10 un piano orizzontale, A L il palco scenico, la cui pendenza o angolo in A fatto colla orizzontale resta determinata dalla proporzione che ha la lunghezza A 10 colla elevazione L 10. Il piano orizzontale A 10 può riguardarsi come il piano geometrico, il quale prodotto fino in S darà l'altezza dell'occhio O S, e il punto della stazione in S. La pianta geometrica dell'edificio, che si vuole rappresentare colla scena, dovrà

disegnarsi sul piano orizzontale A 10. Questa pianta non potendo essere veduta dall'occhio O per cagione della interposizione del palco A L, dovrà trasportarsi sul palco A L, come se A L fosse una parete. Per avere con facilità la corrispondenza dei punti di un piano con quelli dell'altro, basta dall'occhio condurre una linea ai punti del piano A 10, come O 8, e vedere in che punto incontri il piano A L. Per questa operazione il punto 8 della pianta geometrica cadrà in Z. Per trasportare speditamente la pianta da un piano all'altro, penso che sarebbe comodo il dividere il piano orizzontale in quadrati, che si trasformeranno in trapezi sul piano inclinato A L. La fronte del palco, o sia la comune sezione di esso col piano orizzontale si ponga in C D (Fig. 46), e sopra di essa si costruisca un rettangolo C D H G capace di contenere la pianta ideata. Dividasi la C D in quante parti eguali si vuole, per esempio in otto, e lo stesso facciasi del lato opposto G H. Colla stessa misura si dividano i lati C G e D H, che supporremo contenere dieci di quelle parti. Condotte per i punti delle divisioni tante linee rette, resterà diviso lo spazio in quadrati. Per trovare i trapezi corrispondenti del piano inclinato, nel punto di mezzo A si alzi una perpendicolare A Q eguale alla A Q della figura precedente, indi si notino sulla linea Q A prolungata entro il rettangolo le lunghezze A 1, A 2, A 3, ec., le quali si avranno dalla precedente figura; imperocchè condotta dall'occhio O una linea O 8, e presa A Z, e trasportata nella figura 46 in A 8, si

avrà il punto 8, e nello stesso modo si determineranno gli altri punti 1, 2, 3, ec. Per questi punti descrivendosi altrettante linee parallele alla CD, si avranno gli spazi sul palco corrispondenti agli spazi del piano orizzontale chiusi entro l' intervallo delle parallele, e resterà solo da determinare la posizione delle altre linee che scorrono secondo la profondità della scena. Prolunghisi GG e DH in R, T per modo che l' una e l' altra linea CR, DT sia eguale ad AL della precedente figura. Da R e da T si tirino due linee al punto Q, le quali daranno i due termini alla linea condotta pel punto 10. Si divida questa linea in otto parti eguali, giacchè in altrettante parti fu divisa la fronte CD, e si descrivano le linee che mostra la figura, con che sarà compita la costruzione, di cui non porteremo alcuna dimostrazione, essendo facile l' immaginarla. Pertanto se il foro della scena sarà diviso con questa ragione, si conoscerà facilmente a qual punto del palco appartenga la ienografia di qualunque oggetto, e per conseguenza sarà noto il punto ove inalzare la ortografia. Affine di evitare ogni confusione gioverà far a parte il rettangolo CDHG, e sopra di esso descrivere la pianta, e dividere poscia tutto lo spazio in quadrati, come si è detto, i quali serviranno di norma, e risparmieranno una faticosa costruzione per trasportare la pianta sul palco. Questo stesso metodo si pratica con felice successo nelle soffitte per trasportare i disegni dalle superficie piane alle curve, come di sopra abbiamo spiegato.

7. Egli è facile il comprendere che resta determinata la lunghezza del palco, oltre a cui non può estendersi la profondità della scena, e dipendere questa lunghezza e dall' altezza dell' occhio e dalla inclinazione del palco; imperocchè per quanto si estenda nel piano orizzontale la pianta geometrica, trasportata sul palco non oltrepasserà mai quel punto ove la orizzontale O F condotta per l' occhio si congiunge colla linea A L; anzi a quel punto non potrebbe giungere se non quando la pianta geometrica si estendesse all' infinito; perchè allora prendendo sulla A 10 un punto infinitamente lontano, e condotta da esso all' occhio O una linea, coinciderebbe questa colla O F, e però taglierebbe il piano A L nel punto ove abbiamo detto farsi l' incontro colla O F. Da ciò si raccoglie, che posta la stessa inclinazione del palco, sarà più ampio o più angusto lo spazio capace della scena, secondo che sia maggiore o minore l' altezza dell' occhio; e posta la stessa altezza dell' occhio, si avrà uno spazio tanto maggiore sul palco, quanto sarà minore la inclinazione.

8. Ogni telaio di una scena, come si disse da principio, fa le veci di una parete, sopra cui si vuole esprimere l' ortografia degli oggetti conforme richiede la prospettiva; onde converrà in ciascun telaio, o nel piano di esso prolungato quanto abbisogna, stabilire il punto principale colla perpendicolare condotta dall' occhio; ed essendo nota la distanza dell' occhio e la situazione degli oggetti, fare il disegno coi metodi spiegati nelle precedenti Sezioni, se si

vuole che le apparenti grandezze corrispondano alle vere. Supponendosi i telai paralleli tra loro, ed altresì paralleli al piano della fronte, il punto principale di ciascuno cadrà nella linea O F, ma la distanza dell'occhio non sarà la medesima per ciascheduno. Questa uniformità nella situazione di ciascun telaio non è assolutamente necessaria, se si considerano le cose in astratto; pure in pratica dovrebbe riuscire vantaggiosa, mentre se lo spettatore non si troverà precisamente nel punto di veduta, non così facilmente si accorgerà della deformità che nascer dee nelle apparenti grandezze, la quale riuscirebbe molto sensibile per le differenti inclinazioni delle pareti. Per regolare le altezze prospettive degli oggetti sia N 8 l'altezza vera che si vuole rappresentare in X Z. Condotta N O è manifesto essere O 8 ad O Z, come N 8 ad X Z, cioè essere l'altezza vera alla prospettiva come la distanza dell'oggetto dall'occhio alla distanza della parete. Ho supposto che il telaio, su cui si vuole trasportare la N 8, sia collocato sul palco in quel punto che corrisponde alla pianta della linea N 8, cioè in Z. Potrebbesi il piano di prospettiva o sia il telaio X Z supporre ad una distanza dall'occhio o maggiore o minore della predetta, come viene espresso dalle due linee punteggiate poste di qua e di là da X Z. Facendosi o l'uno o l'altro ne nascerebbono due inconvenienti per la pratica; perchè se prendiamo la parete nella linea più vicina all'occhio, trasportata sopra di essa la linea N 8, resterebbe questa disgiunta e sollevata sopra il palco; e però nello

spazio che resta converrebbe dipingere la continuazione del palco, acciò non paresse l'edificio come sospeso in aria. Che se il piano della parete fosse più lontano, resterebbe la base della linea N 8 sepolta sotto il palco, e per farla comparire agli occhi dei riguardanti converrebbe disegnarla colle regole di prospettiva sul palco stesso in quel tratto che rimane tra la linea punteggiata e la linea X Z. Essendo difficile l'ottenere queste apparenze in modo che resti ingannato chi vede, dovrà il pittore astenersene; e quando ancora si lusingasse di riuscire nelle cose più ardue, deve riflettere che queste operazioni, se vagliono ad appagare chi trovasi nel punto di veduta, diverranno oltre modo moleste e deformi per poco che si scosti lo spettatore dal detto punto. Vero è però non essere possibile evitare del tutto questa sorta d'inconvenienti, massime dipingendosi oggetti di rilievo che scorciano; come sarebbe la base di una colonna, la quale essendo un parallelepipedo, e avendo un piano parallelo alla fronte, dovrà l'altro piano dirigersi co' due lati opposti orizzontali al punto principale, e sfuggire il piano del palco, lasciando uno spazio vano sul telaio. Tuttavia se l'inconveniente di cui si tratta non si può del tutto evitare, non per questo dovremo abbandonare l'operazione a qualunque più sensibile deformità.

9. Il punto di veduta non può essere che un solo, che che ne dicano alcuni in contrario, i quali mostrano con una opinione così stravagante di non sapere cosa sia prospettiva. Sembra

questa in vero una dura necessità, per cui debba in un spazioso luogo, ove concorre gran moltitudine di popolo; essere la rappresentazione adattata all'occhio d'un solo; e pure è questa la condizione comune a qualunque genere di pittura; e se ad alcuno paresse intollerabile, sappia che altro ripiego non vi può essere che quello di formare le scene di rilievo, rinunciando al comodo di variare ad ogni momento gli oggetti, del che ognuno prende tanto piacere. Dall'altra parte si rifletta, che non essendo i nostri sensi di quella dilicatezza e di quella severità di cui si vanta la geometria, se questa non concede che un punto per un solo spettatore, concederanno i sensi uno spazio capace di soddisfare a molti in una volta. Dovendosi dunque servire a questa qualunque siasi necessità, sarà degno di molta lode colui che sappia far scelta di tali oggetti, e disporre le scene in modo, che se la prospettiva non sottopone che in un sol punto agli occhi dei riguardanti quelle apparenze che corrispondano esattamente agli oggetti, faccia però altrove sentirne meno che sia possibile la deformità.

SEZIONE NONA

Metodo per descrivere in prospettiva qualunque oggetto senza valersi della pianta geometrica.

1. Il metodo che ora spiegheremo è fondato principalmente sopra alcune proposizioni della

Sezione quarta, per le quali si dimostra potersi descrivere in prospettiva un angolo che corrisponda ad un angolo di una misura data, ed una linea che rappresenti qualsivoglia data linea, senza che bisogno vi sia di premettere il disegno della pianta sopra il piano geometrico. Non sarà piccolo il vantaggio per quelli che attendono alla pratica, se potranno eseguire i loro disegni conforme le regole di prospettiva, senza l' obbligo di tener conto della linea fondamentale e del piano geometrico, e di quelle costruzioni che sopra di esso sogliono praticarsi, e che noi abbiamo spiegato nelle Sezioni precedenti. Intenderemo solamente descritta nella Fig. 47, come nelle altre susseguenti, la linea orizzontale MH, e la distanza dell'occhio dalla parete FP che nel punto principale F faccia angoli retti colla MH. Con queste sole linee procureremo di eseguire la prospettiva di qualunque oggetto, e tratteremo in primo luogo degli angoli e delle linee che giacciono sopra un piano orizzontale. Queste linee e questi angoli essendo in un piano superiore al piano dell'occhio, saranno veduti sulla parete sopra la linea orizzontale; e saranno veduti sotto di essa, se il piano sarà inferiore al piano dell' occhio.

2. Descritta sulla parete qualunque linea *bd*, si vuole condurre un' altra linea *bc* di maniera che l'angolo *dbc* sia prospettiva di un angolo dato. Si prolunghi *bd* fino all' orizzontale in H, e si tiri PH, indi per P si tiri PN che colla PH faccia un angolo eguale al dato, e si descriva *b*N. Dico che l' angolo prospettivo N*b*H

rappresenta un angolo della data misura. Si richiami alla memoria ciò che fu esposto (Sez. IV, § 11), ove per trovare i punti sulla linea orizzontale, a' quali si addirizzano le linee prospettive, s'insegnò di condurre dal punto estremo P le linee, come P H e P N, parallele alle linee obbiettive descritte sopra il piano geometrico, o sopra qualunque altro piano orizzontale che può far le veci del piano geometrico. Per la qual cosa se nel piano geometrico fosse descritta la linea di cui abbiamo la prospettiva in *b d*, essa sarebbe parallela a P H, come altresì sarebbe parallela a P N la linea che viene rappresentata in *c b*. Dunque l'angolo dato che comprendono le due linee N P, H P; è eguale a quell'angolo obbiettivo di cui abbiamo la prospettiva per mezzo delle linee *b d*, *b c*.

3. Colla stessa costruzione si avrebbe l'angolo che si cerca, se il punto *b* si trovasse di sopra la linea orizzontale. Nell'uno e nell'altro caso succederà sempre che la stessa porzione della linea orizzontale, come nel caso presente N H, sottenda i due angoli corrispondenti, cioè il prospettivo *e b d*, e l'obbiettivo N P H; e però questa potrà prendersi per regola generale da valersene per conoscere prontamente le corrispondenze degli angoli. Chi per esempio cercasse a quale angolo corrisponda l'angolo segnato sulla parete colle due linee *b c*, *d c*, prolungate dette linee fino all'orizzontale in N ed M, giacchè M N sottende l'angolo M e N eguale al suo angolo al vertice *b c d*, e la stessa M N sottende l'angolo M P N, sarà questo il corrispondente dell'angolo prospettivo in *c*.

Che se le linee, come *c d*, *b d*, le quali fanno angolo in *d*, prolungate che sieno, incontrano la linea orizzontale dalla parte dell' angolo supplemento, come succede ora ne' punti M, H, non potrà dirsi che l'angolo M P H corrisponda all'angolo *c d b*, ma bensì al suo supplemento, cioè all'angolo M *d* H; onde prolungandosi H P in G, avremo G P M eguale all'angolo dell'oggetto, a cui corrisponde *c d b*. Se l'uno de' lati, come *b d*, che formano l'angolo *c d b*, fosse parallelo alla linea orizzontale, allora il punto H trovandosi ad una infinita distanza dal punto F, sarebbe cagione che P H fosse parallela anch'essa all' orizzontale; ma questa circostanza non rende punto diverse le corrispondenze degli angoli; mentre la stessa linea infinita presa sopra l' orizzontale sottennerebbe l'uno e l'altro angolo, cioè l' obbiettivo e il prospettivo.

4. Sopra una data linea *b d* abbiasi a disegnare la prospettiva di un triangolo, di cui sieno dati gli angoli. Si prolunghi *b d* fino a che incontri l'orizzontale in H, e si congiunga P H; descritta poscia P N, che con P H faccia uno degli angoli dati, si congiunga *b* N; indi si tiri P M, che colla P N faccia un angolo eguale ad un altro angolo dato, e si congiunga *d* M. Chi volesse proseguire questa costruzione tirando per P un'altra linea che colla P M facesse un angolo eguale al terzo angolo dato, giacchè si tratta di tre angoli di un triangolo, cadrebbe la linea in dirittura di P H, e non si avrebbe per essa sulla orizzontale che il punto H, il quale è già determinato. Bastano dunque i tre

punti N, H, M trovati col mezzo di due angoli per disegnare il triangolo *d b c*, che abbia la condizione proposta.

5. Per mezzo degli angoli descriveremo le linee secondo qualsivoglia proporzione, e ciò basta per eseguire i disegni ne' quali si ricerca una determinata grandezza, ma solo quella proporzione fra le parti che negli oggetti apparisce. Tuttavia se si volesse definire la precisa lunghezza che conviene ad una linea prospettiva corrispondente ad una data linea dell'oggetto, quando questa fosse parallela alla parete, si otterrebbe l'intento coll'instituire una proporzione che dipende dalle distanze e della linea obbiettiva, e dell'occhio dalla parete, come si raccoglie da ciò che è stato dimostrato (§ 1, Sez. III). Imperocchè come sta la somma delle dette distanze alla linea obbiettiva, così la distanza dell'occhio dalla parete alla linea prospettiva. Questa regola di proporzione non può valere quando la linea obbiettiva sia obbliqua al piano della parete, perchè allora la lunghezza della linea prospettiva non dipende solamente dalle predette distanze, ma ancora dalla maggiore o minore obbliquità della linea obbiettiva; onde se si trattasse di cercarne la lunghezza sulla parete, sarebbe sempre necessario ricorrere a qualche costruzione geometrica. Passa un'altra differenza, che merita di essere considerata, tra le linee parallele e le obblique. Essa consiste in ciò, che essendo le prime divise in qualsivoglia ragione, secondo la stessa ragione restano divise le linee prospettive, del che ciascuno si persuaderà riflettendo che qualunque

linea obbiettiva è base di un triangolo fatto dalle linee visuali, e che la linea prospettiva altro non è che una sezione del detto triangolo parallela alla base. Perchè poi questa sezione non è parallela alla base quando le linee obbiettive sieno oblique alla parete, non potrà verificarsi di queste ciò che conviene alle prime. Non si può dare una regola generale per fare debitamente queste divisioni nelle linee obblique senza ricorrere a qualche costruzione, come faremo negli articoli seguenti, dopo di avere trattato delle linee parallele alla parete.

6. Sia segnata sulla parete (Fig. 48) una linea *b d* parallela alla linea orizzontale, e non volendosi concedere alcun arbitrio al prospettivo, possiamo supporre che questa linea sia stata fatta di quella lunghezza che richiede la data linea obbiettiva, avutosi riguardo alla proporzione poc' anzi indicata delle distanze. Sia in oltre dato un punto *c*, per cui s' abbia a descrivere una linea che sia prospettiva di una linea parallela alla parete, e nello stesso piano orizzontale dell' altra, e che abbia alla obbiettiva di *b d* una data ragione. Se la ragione fosse d' egualità, condotta pel punto *c* una linea *b c*, e prodotta fino all' orizzontale in H, e quindi per l' altro estremo *d* condotta *d* H, e per *c* la parallela *c a*, è manifesto essere la figura *b c a d* prospettiva di un parallelogrammo, essendo i lati opposti paralleli; e in fatti se *b c* e *d a* concorrono ad un punto della orizzontale, bisogna che sieno parallele le linee obbiettive. Se poi la ragione non fosse d' egualità, si prenda sopra *b d* una linea che abbia alla *b d* la

ragione data, e si faccia con questa la stessa costruzione, e si otterrà l'intento. Se si trattasse di linee verticali insistenti sopra un medesimo piano orizzontale, valerebbe lo stesso discorso e la stessa costruzione, dovendo esse pure rimanere fra due linee che concorrano ad un punto della linea orizzontale. Con questa semplice costruzione, per cui non si ha a tener conto nè del punto principale, nè di quello della distanza, sarà facile ottenere la debita degradazione delle figure che stiano sopra il medesimo piano orizzontale.

7. Supponiamo ora che s'abbia a disegnare secondo qualsivoglia direzione *b*H (Fig. 49) una linea, come *b c*, di modo che le due *b d*, *b c* corrispondano a due linee eguali, e sia *b d* parallela alla parete. Per P si tiri PH e GK parallela alla orizzontale. Si divida l'angolo GPH per metà colla linea PR, indi condotta R*d*, ove questa taglia la *b*H in *c*, resta determinata la lunghezza della linea *b c* che si cerca. In fatti il triangolo *b d c* è prospettiva di un triangolo isoscele, essendo, per ciò che abbiamo dimostrato (§ 3), l'angolo *b d c* prospettiva di un angolo eguale ad HPK, e l'angolo *d c b*, oppure H*c*R prospettiva di un angolo eguale ad RPH, e finalmente il terzo angolo *c d b* prospettiva di un angolo eguale a GPR, il quale per costruzione è eguale ad RPH. Se in vece di cercare la linea da *b* verso H si cercasse con direzione opposta, cioè da *b* verso *h*, bisogna riflettere che i lati dell' angolo *d b h* incontrando l' orizzontale dalla parte dell' angolo supplemento, sarà *d b h* prospettiva di un

angolo eguale a G P H; onde dividendosi H P K per metà, e trovato il punto M, e condotta per esso la linea M d, resterà determinata quella linea che si cerca da b verso h. Dividendosi per metà l'angolo G P H colla proposta costruzione, ne segue che il triangolo P H R sia isoscele, giacchè l'angolo P R H è eguale al suo alterno G P R che si fa eguale ad R P H; onde in vece di fare attualmente la divisione dell'angolo G P H per trovare il punto R, si potrebbe prendere H R eguale ad H P; e per la stessa ragione si avrà il punto M prendendosi H M eguale ad H P. La costruzione in questa seconda maniera riesce più spedita, ma la prima è più generale, valendo ancora in que' casi ne' quali la linea $b\,d$ non fosse parallela alla linea orizzontale, come fra poco vedremo.

8. Servirà pure la stessa costruzione a determinare sulla direzione b H una linea che paragonata colla $b\,d$ faccia sì, che le linee obbiettive abbiano tra loro una data ragione. Prendasi da b verso d una linea che abbia alla $b\,d$ quella ragione che hanno le linee obbiettive, e pel punto estremo di essa si tiri una linea al punto R, la quale tagliando la b H darà la misura della linea che avrà la condizione proposta; onde se si volesse dividere la $b\,c$ in parti che corrispondessero a parti eguali o disuguali secondo qualsivoglia ragione, basta dividere la $b\,d$ in quel numero di parti o eguali o disuguali secondo la ragione data, e poi condurre dal punto R a tutti i punti delle divisioni altrettante linee, le quali taglieranno la $b\,c$ conforme richiede la prospettiva delle parti della linea obbiettiva.

9. Per lo contrario, segnata che fosse sulla parete la linea *b c*, se abbisognasse trovare una linea prospettiva parallela alla linea orizzontale, così che le due linee obbiettive avessero una data ragione fra loro, dovrebbesi in primo luogo cercare la *b d*, come se si trattasse di due linee eguali nell'oggetto, e però si dovrebbe per R condurre R *c*, e per *b* una linea parallela alla orizzontale, perchè dall'incontro di esse si avrebbe la prospettiva in *b d* di una linea eguale a quella che si vede in *b c*. Prendasi poi da *b* verso *d* una linea, a cui *b d* abbia la ragione data, e sarà fatta la prospettiva che si cerca.

10. Quando una data linea, come *bd* (Fig. 47), non fosse parallela alla orizzontale, e si cercasse un'altra linea sulla direzione *b*N che fosse prospettiva di una linea eguale a quella che viene rappresentata in *bd*; condotte dal punto P le linee PH, PN, e prolungata PH verso G, dividasi l'angolo supplemento GPN per metà colla PM, e congiungasi M *d*, che tagliando *b* N in *c* darà la lunghezza cercata *b c*. Ciò si rende manifesto dalla corrispondenza degli angoli, per mezzo de' quali troveremo essere il triangolo *d b c* prospettiva di un triangolo isoscele. Che se in vece della ragione d'egualità supporremo qualunque altra ragione fra le linee obbiettive, converrà costruire a parte un triangolo che abbia un angolo eguale ad NPH, cioè eguale all'angolo che corrisponde all'angolo *b*, e prendere i lati aggiacenti al detto angolo di quella lunghezza che esige la data proporzione; perchè allora formandosi sopra *b d* la prospettiva di un triangolo simile a quello

che è stato costrutto (§ 4), le linee *b d*, *d c* saranno prospettive di due linee che avranno fra loro la data ragione.

11. Giacchè qualunque poligono può risolversi in triangoli se fosse proposto di disegnare sopra una data linea la prospettiva di un poligono di cui fossero dati gli angoli e la proporzione dei lati, diviso che questo fosse in triangoli, e fatta la prospettiva di ciascuno, come abbiamo dimostrato (§ 4), ne risulterebbe la prospettiva di tutto il poligono. Daremo ora un esempio supponendo il poligono regolare, per cui riuscirà più facile e più spedita la costruzione. Sopra il lato *b d* (Fig. 50) si vuole descrivere la prospettiva di un pentagono. Si prolunghi *b d* fino in H, e si tiri P H; indi per P si tiri P M che faccia con P H un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e si congiunga *b* M. Abbiamo ora nel punto *b* la prospettiva dell' angolo del pentagono, onde resta solamente a determinarsi la lunghezza del lato. Prolunghisi la P H verso I, e dividasi per metà l'angolo I P M supplemento di M P H colla linea P R, la quale incontri l'orizzontale in un punto R. Per questo punto e per *d* si tiri la linea *d* R, con che resta determinato il lato *b c*, il quale, per le cose dette (§ 10), sarà prospettiva di una linea eguale a quella che si è presa per lato del pentagono. Per descrivere la prospettiva del terzo lato si tiri P Q che colla P M faccia un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e prolungata essa linea, finchè incontri l'orizzontale in N, si descriva *c* N, sopra cui dovrà stendersi il terzo lato. Infatti

l'angolo M*c*N supplemento di *b c e* corrisponde in prospettiva all'angolo M P N supplemento di Q P M. L'angolo M P N si divida per metà colla linea P L, e si congiunga *b* L che determina la lunghezza *c e* del terzo lato. Proseguendosi a questo modo l'operazione si darà compimento al pentagono che si vuole descritto in prospettiva.

12. Non solo si ottiene con questo metodo la prospettiva delle figure rettilinee, ma ancora delle curvilinee. Supponiamo che cada in *b* (Fig. 49) la prospettiva di un punto che sia centro di un circolo esistente sopra un piano orizzontale, e che *b d* sia la prospettiva di un semidiametro. Per descrivere la prospettiva del circolo basta condurre intorno al punto *b* quante linee si vuole, come *b* H, e prendere sopra di esse altrettante linee, come *b c*, che sieno prospettive di linee eguali. Tutti i punti *c*, che verranno segnati sulla parete con questa costruzione, daranno la prospettiva del circolo. Se il punto corrispondente al punto *b* non fosse centro del circolo, oppure se si trattasse di un'altra curva descritta sopra un piano orizzontale, sieno prima condotte intorno al punto obbiettivo molte linee che vadano a terminare al perimetro della curva; dopo si cerchi la prospettiva di ciascuna linea per mezzo degli angoli e della proporzione che ha colla linea rappresentata in *b d*, perchè i punti estremi di queste linee ci daranno il perimetro della curva in prospettiva.

13. Fin qui abbiamo parlato di quelle linee e di quegli angoli che giacciono in un piano

orizzontale; giacchè però qualunque piano orizzontale può prendersi per piano geometrico, potremo ancora riguardare le predette costruzioni come appartenenti alla ienografia degli oggetti. Per trattare l'ortografia secondo gli stessi principii, bisogna riflettere, che qualunque linea verticale essendo parallela al piano della parete, avrà tutte quelle proprietà che da principio abbiamo detto convenire alle linee che sono parallele alla parete. Per la qual cosa se sopra il punto b (Fig. 49) dovesse erigersi una linea prospettiva di una linea verticale che avesse alla linea corrispondente di bc qualsivoglia ragione data, si cerchi prima la linea bd parallela alla orizzontale, così, che bc e bd rappresentino linee eguali; indi in b si alzi una linea ad angolo retto con bd, che abbia a bd la data ragione, e sarà questa la linea che si cerca. È facile la dimostrazione; poichè essendo la linea, che supponiamo ora descritta, come ancora la bd, prospettive di linee parallele alla parete, e trovandosi queste alla stessa distanza, quella proporzione che avranno le linee prospettive, l'avranno ancora le linee obbiettive.

14. Sia proposto da disegnare un prisma retto che abbia per base un pentagono. Descritta in prospettiva la base bcd (Fig. 51) si alzi sopra un angolo come b la verticale bs, che per ora prenderemo ad arbitrio. Con questa altezza prospettiva cercheremo le altre che insistono perpendicolarmente sopra ciascun angolo della base. Per trovare l'altezza in c si tiri dal punto s al punto M, già ritrovato sulla linea orizzontale nel costruire il pentagono, la

linea s M; indi in c si alzi una linea verticale $c\,z$, finchè incontri la s M. È manifesto essere $c\,z$ l'altezza prospettiva in c, giacchè i due lati opposti $b\,c$, $s\,z$, essendo nell' oggetto paralleli, debbono in prospettiva concorrere ad un medesimo punto M. Trovata $c\,z$ si tiri z N, la quale servirà a determinare l' altezza prospettiva $e\,t$. Proseguendosi l'operazione con questa regola si avrà la intiera descrizione del prisma.

15. Si è presa ad arbitrio l'altezza del solido nella precedente costruzione. Supponiamo ora, che essendo descritta la stessa base si volesse rappresentare un prisma, la cui altezza avesse al lato della base una data ragione. Si tiri per b una linea $b\,a$ parallela alla orizzontale, indi colla costruzione insegnata (§ 13) si determini quella lunghezza $b\,a$ che corrisponda ad una linea eguale a quella che viene rappresentata dalla $b\,d$. In b si alzi una linea verticale $b\,s$, che abbia a $b\,a$ quella stessa ragione che si domanda tra l' altezza del prisma e il lato della base. Trovata $b\,s$ si faccia la costruzione come nel precedente articolo, e ne verrà descritto il solido secondo la condizione richiesta.

16. Se la base del solido non fosse una figura regolare, e se le linee insistenti perpendicolarmente sopra la base non fossero eguali, come appunto succederebbe quando fosse il solido una porzione di prisma troncato superiormente con un piano inclinato; giacchè supponiamo dato un solido, sarà nota la proporzione di ciascuna linea o lato verticale con ciascuno dei lati della base; e queste notizie saranno

bastanti per descrivere la prospettiva dei lati, valendo per ciascuno la stessa costruzione che ha servito per il lato *b s* paragonato al lato *b d*. Dopo tutto ciò si congiungeranno i punti estremi delle linee verticali già descritte per avere il piano superiore che chiude il solido.

17. Senza molto recedere dalle precedenti costruzioni descriveremo la prospettiva di un prisma obbliquo, giacchè tutta la differenza si riduce a ciò, che ove nel primo caso erano verticali i lati insistenti sopra la base, ora li supporremo inclinati. Questa inclinazione viene indicata per mezzo di due angoli, come si disse (§ 4, § 6, Sez. IV). Imperocchè non basta a determinare la posizione di una linea obbliqua, che sia dato l'angolo che essa fa col piano orizzontale, ma conviene inoltre che sia noto l'angolo che fa la base o pianta di detta linea colla parete. Essendo F il punto principale (Fig. 52) e P F la distanza, si tiri P A, che faccia colla orizzontale in A un angolo eguale all'angolo che fa la linea della base colla parete; indi si prenda A G eguale ad A P, e condotta in A una linea perpendicolare, e in G un'altra linea che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello della inclinazione della linea obbiettiva sopra il piano orizzontale, per l'incontro di queste due linee si avrà il punto X, a cui sarà convergente la prospettiva della linea data di posizione, e a cui saranno pure convergenti le prospettive di tutte le linee che abbiano la stessa posizione, e che per conseguenza sieno tra loro parallele, come ora si suppongono i lati del prisma. Non

ripeteremo ora in quali circostanze debbano le due linee AX, GX condursi sopra la linea orizzontale; e quando sotto di essa, mentre di ciò se n'è parlato abbastanza nella predetta Sezione. Sia la base del prisma il pentagono *dbce*, che supporremo descritto sulla parete conformemente al metodo insegnato (§ 11). Per la supposta inclinazione dei lati sopra il pentagono o base del prisma, dovranno essi concorrere al punto X; e però descritte le linee, come *b*X, *c*X, si avranno le direzioni dei lati in prospettiva, e resterà solo da determinare la lunghezza di ciascuno, la quale dipende dall'altezza, che si suppone, del prisma. Per tanto si tiri *ba* parallela all'orizzontale, ed eguale al lato del pentagono (§ 13); si alzi in *b* una perpendicolare *bv*, che abbia a *ba* quella stessa ragione che si vuole tra l'altezza del prisma e il lato del pentagono. Per *v* si tiri *v*A, che tagliando *b*X in *s* determina la lunghezza del lato *bs*. Per intendere la ragione di ciò si rifletta che la base di ciascuna delle linee inclinate, se fosse descritta in prospettiva, concorrerebbe al punto A, onde sarà *v*A prospettiva di una linea parallela alla base di *bs*, e distante da essa base quanta è l'altezza del prisma, giacchè si suppone che *bv* rappresenti la detta altezza. Ciò posto, è evidente che la *v*A non può a meno di non incontrare il lato obbliquo *bs* nel suo punto estremo *s*, e che però la lunghezza del lato viene stabilita con questa costruzione. Lo stesso potrebbe farsi per gli altri lati; ma dopo di averne determinato uno, cioè il *bs*,

potremo descrivere gli altri con una costruzione più semplice. Essendo nel prisma i lati del piano superiore paralleli a quelli del piano inferiore, concorreranno a due a due i lati opposti ad un punto della linea orizzontale, onde il lato opposto al lato *b c* sarà convergente al punto M, a cui concorre *b c*. Si tiri dunque per *s* la linea *s* M, che tagli in *z* la linea *c* X, acciò resti determinato il lato *c z*, ed insieme il lato *s z* del pentagono opposto alla base. Trovato il punto *z*, ed essendo notato il punto sulla linea orizzontale a dirittura della *c e*, si avranno i due lati *e t*, *z t*; e così proseguendo si farà la intiera descrizione del solido.

18. Non staremo ora a spiegare ciò che far si dovrebbe, se il solido proposto fosse un prisma troncato, in cui i lati insistenti sopra la base fossero bensì paralleli, ma non già eguali. Neppure proporremo di descrivere qualunque solido, in cui i lati insistenti sopra la base avessero diverse inclinazioni e diverse lunghezze, giacchè le cose finora esposte suggeriscono il metodo da praticarsi. Certamente quanto più fosse irregolare il corpo, tanto più laborioso sarebbe il disegno, ma non per questo vi sarebbe bisogno di ricorrere a nuove regole. Quando sappiasi descrivere una linea di qualunque inclinazione e di qualsivoglia lunghezza, niente può incontrarsi in un oggetto che non soggiaccia alle predette regole. Le stesse linee curve, qualunque sia l'inclinazione del piano in cui sono descritte, potranno sempre trasportarsi sulla parete per mezzo delle linee ordinate, delle quali i punti estremi daranno il

perimetro della curva. Dacchè però è molto frequente l'uso in architettura dei semicircoli situati in una posizione verticale, parleremo di questi senza impegnarci in altre costruzioni; mentre se si volesse tener dietro a ciascun problema da risolversi col metodo spiegato nella presente Sezione, si farebbe con questa sola un intiero trattato di prospettiva.

19. Sopra una linea qualunque, come *b d*, (Fig. 53) abbiasi a disegnare la prospettiva di un semicircolo supponendosi che *b d* rappresenti una linea posta in un piano orizzontale, e che il semicircolo stia in un piano verticale. Si prolunghi *b d* fino all'orizzontale in H, e si tiri P H; indi condotta *b a* parallela alla linea orizzontale, che rappresenti una linea parallela alla parete, e nello stesso piano orizzontale dell'altra linea data, si cerci in primo luogo quella lunghezza *b a*, per cui sieno eguali le linee obbiettive di *b a* e di *b d*. Essendo l'angolo K P H sotteso dalla stessa porzione di linea orizzontale che sottende l'angolo *a b d*, sarà questo (§ 3) la prospettiva dell'altro; e però dividendosi l'angolo supplemento G P H per metà con una linea che incontri l'orizzontale in R, oppure presa H R eguale ad H P, e condotta la R *d*, e prolungata fino alla *b a*, verrà determinata la lunghezza che si cerca della *b a* (§ 9), e qualunque altra linea che si tiri per R, come R *m*, taglierà due porzioni *b c*, *b m* che saranno prospettive di linee eguali. Sopra *b a* si descriva un semicircolo, il quale può riguardarsi come la prospettiva del semicircolo fatto sopra la linea corrispondente di *b a*, per essere

detta linea parallela alla parete, e il semicircolo verticale, cioè parallelo anch'esso alla parete. Sopra qualunque punto, come *m*, del diametro *b a* si alzi un' ordinata *m n*, e in *c* una parallela *c e*, finche incontri la R *n*. Dico essere *e* un punto della prospettiva del semicircolo sopra *b d*. Si consideri che *b c*, *b m* essendo prospettive di linee eguali, saranno eguali le ordinate condotte nei punti estremi di esse alle circonferenze dei due semicircoli. Ma le due linee *c e*, *m n* sono prospettive di linee eguali, giacchè restano fra le due R *m*, R *n*, le quali concorrendo al punto R della orizzontale, rappresentano due linee parallele; dunque il punto *e* corrisponde ad un punto del semicircolo fatto sopra la linea obbiettiva di *b d*.

20. Termineremo questa Sezione con una operazione pratica. Abbiasi a rappresentare in prospettiva un edificio ornato d' architettura. Bisogna in primo luogo formare la idea della simmetria, o della disposizione delle parti esterne. Riuscirà comodo esprimere questa idea con uno schizzo di quella grandezza sotto cui si vuole rappresentare l'oggetto, senza però avere riguardo alla degradazione delle parti, di cui poscia terremo conto nella esecuzione della prospettiva. Sia pertanto la idea concepita, come viene descritta in Y Y (Fig. 54). Si segni la linea orizzontale, il punto principale F e la distanza F P che si crede convenire all'occhio per vedere con distinzione il disegno. A comodo di chi opera intenderemo collocato un semicircolo col centro in P, e col diametro parallelo alla linea orizzontale. Trattandosi di un disegno

che si faccia sulla carta, potrà servire un semicircolo da tavolino di un diametro incirca di tre oncie; ma quando si dovesse eseguire il disegno sopra un quadro che per la sua grandezza non potrebbe maneggiarsi con eguale facilità, situato che sia il quadro in una posizione verticale, sospendasi superiormente nel piano di esso un semicircolo a quella distanza in cui si vuole il punto di veduta. Sia il semicircolo di una competente grandezza, cioè di un diametro di due piedi incirca, e sia diviso in gradi. Al centro di esso s'attacchi un filo, il quale portato in giro e tenuto disteso colla mano indicherà nella linea orizzontale certi punti che avremo bisogno di conoscere. Questa linea orizzontale potrà formarsi con un altro filo teso, e tenuto sempre immobile nella stessa positura, il quale quanto sarà più lungo, e più si estenderà e a destra e a sinistra del quadro, tanto maggior comodo darà per l'operazione. Ritornando al disegno, si trasporti l'altezza dell'edificio in B V che faccia angoli retti colla orizzontale. Dal punto B tiro ad arbitrio una linea B H ad un punto della orizzontale, proponendomi che questa essere debba la icnografia prospettiva, e che però debba formarsi il disegno sopra di essa. Oppure se si vuole che il muro o facciata dell'edificio faccia un determinato angolo colla parete, si tiri prima P H, così che sia P H F eguale all'angolo dato, e poi si congiunga B H. La costruzione, che intraprendiamo ora, comprende le sole linee segnate sul muro senza riguardo alcuno agli aggetti o risalti dei membri d'ar-

chitettura. Stabilite le predette linee sarà poi facile l'aggiungere ciò che conviene per esprimere i risalti e delle cornici, e dei frontispicii, e dei pilastri; e di tutte le parti che sopravanzano il muro. Giacchè molte linee rette e orizzontali scorrono sulle parti simili della facciata, di cui abbiamo manifestata la idea in YY, come quelle dei davanzali e degli architravi delle finestre, e quelle delle cornici, dovranno queste in prospettiva concorrere nel punto H; onde divisa la BV in parti che misurino le distanze delle predette linee, si avrà la direzione di queste, congiungendo i punti segnati sulla BV col punto H. Tutto ciò non basta per formare il disegno, ma bisogna sapere fino a qual punto D della BH si estenda la icnografia, come pure il termine di qualunque altra linea orizzontale, e in oltre come s'abbia a dividere la BD per segnare tutte le linee a piombo che formano i pilastri e gli stipiti delle finestre, o altre linee verticali che vi fossero. Si trasporti la base della facciata in BA parallela all' orizzontale, e si divida come se sopra di essa cadessero i piombi dei pilastri e degli stipiti. Dopo ciò si cerci un punto R sulla orizzontale nel seguente modo. Si osservi qual punto del semicircolo resti intersecato dalla PH; indi si divida per metà l'angolo GPH colla linea PR, oppure si prenda HR eguale ad HP, giacchè (§ 7) nell'uno e nell'altro modo resta determinato lo stesso punto R. Dal punto R si tiri a ciascun punto delle divisioni fatte sulla BA una linea. Queste linee intersecando la BH daranno i punti, su' quali insistono le predette

verticali (§ 8), e quella linea che da R sarà condotta al punto estremo A, darà il punto D, cioè il punto estremo della icnografia. Sopra i punti trovati nella BD si descrivano le linee verticali, le quali incontrandosi colle linee condotte da ciascun punto della BV al punto H, daranno le prospettive di ciascun membro d'architettura, e cancellandosi poscia le porzioni di linee che sono superflue, si avrà il disegno in prospettiva conforme la idea espressa in YY.

21. Troppo vi vorrebbe se tutti gli ornamenti si avessero a disegnare coll'aiuto di costruzioni geometriche, come sono i capitelli, i fregi delle cornici, i contorni delle porte e delle finestre. Per questi dovrà il prospettivo procurarsi quella avvedutezza che si acquista disegnando tali oggetti dal vero in diversi punti di veduta, perchè oltre la pratica acquistata le parti grandi serviranno poi di guida alle piccole. Quando però si tratti di linee rette, siccome l'operazione non può riuscire difficile, non sarà mai impiegato male il tempo ricorrendo alle solite regole. I frontispicii delle finestre nel disegno proposto sono formati da linee rette inclinate, e per essere simili detti frontispicii, come ora li supporremo, si avranno due ordini di linee fra loro parallele, per ciascuno de' quali vi sarà un punto sulla parete, a cui dovranno concorrere le linee prospettive. Di ciò abbiamo diffusamente trattato (§ 7, Sez. IV), e però seguendo il metodo ivi proposto, si vedrà che i due punti cercati si trovano nella linea HX condotta pel punto H ad angoli retti colla orizzontale, e che descritte

due linee, che partano dal punto R una sopra e l'altra sotto l'orizzontale, così che facciano con questa due angoli eguali, ed altresì eguali alla inclinazione che hanno i lati del frontispicio coll'architrave della finestra, andranno ad incontrare HX in due punti egualmente distanti dal punto H uno sopra e l'altro sotto l'orizzontale, ai quali saranno convergenti le linee dei frontispicii.

22. Per descrivere in prospettiva i due archi proposti col disegno YY non vi è bisogno di ricorrere ad altre regole oltre a quella che abbiamo spiegata (§ 19).

23. Per l'altra facciata, che colla descritta fa angolo in BV, potrà servire la stessa linea BV, e le stesse divisioni fatte sopra di essa, giacchè vuole il buon ordine d'architettura che il comparto dei membri sia simile dall'una e dall'altra parte. Bensì accade spesse volte che l'edificio non sia un quadrato, e allora non potrà servire la stessa BA. Comunque sia, si dovrà dall'altra parte ripetere la stessa costruzione prendendo una linea come BA, che corrisponda e nella lunghezza e nelle divisioni a quella idea che sarà espressa in un disegno a parte. Fu presa ad arbitrio la direzione della BH, dopo di che non resta arbitraria la direzione di quella linea su cui si dee stabilire la icnografia della seconda facciata, dipendendo questa direzione dall'angolo che fanno i due muri che s'incontrano nella BV. Stabilita che sia la misura dell'angolo si contino sul semicircolo i gradi corrispondenti incominciando dal punto ove lo interseca la linea PH; per

esempio, se l'angolo si vuol retto, si contino gradi 90; indi si tiri PM, che comprenda il dato angolo colla PH. A questo punto M così ritrovato dovranno concorrere tutte le linee orizzontali, e fra queste la icnografia prospettiva, che perciò cadrà sulla linea BM. Fatto nella stessa maniera il disegno, si avrà una esatta prospettiva dell'edificio, quale appunto dovrebbe apparire ad un occhio situato in quella distanza sopra il punto F, che da principio abbiamo stabilita.

24. I risalti dei membri di architettura si misurano e si esprimono con linee rette perpendicolari al muro; onde supposto che la PM faccia angolo colla PH, che sia prospettiva di un angolo retto, dovranno le predette linee perpendicolari al muro concorrere in prospettiva col punto M. Per la qual cosa prolungandosi MB, se sopra di essa, come in B*b*, si prenderà quella lunghezza che corrisponda al risalto per esempio della cornice, condotta *b*H si avrà in questa linea la icnografia prospettiva della linea o del piano che forma la parte anteriore di essa cornice. Trovata la icnografia, alzandosi sopra di essa delle linee parallele alla BV, e operandosi secondo i precetti degli articoli precedenti, si darà compimento al disegno. Resta solo da spiegare il modo di determinare sulla BH la linea B*b*. Si prenda sopra BA da B verso A la misura del risalto, e giacchè quella linea BA è parallela alla orizzontale, si formi (§ 7) un triangolo che sia prospettiva di un triangolo isoscele, per avere un' altra linea eguale in B*b*. Dividasi per metà

l'angolo M P K colla linea P N, oppure si prenda M N eguale ad N P; indi dal punto N si tiri una linea al punto notato sulla B A, la quale prolungata incontrerà la M B in un punto *b*, che sarà distante da B quanto richiede il risalto della cornice.

25. Trattandosi di un oggetto in cui le parti sieno unite, e delle quali sappiamo la disposizione per mezzo degli angoli e della proporzione delle linee, abbiamo insegnato di eseguirne la prospettiva senza ricorrere a quelle regole che sogliono comunemente adoperarsi, e che per avventura non sono sempre le più comode per la pratica. Solamente potrebbesi muovere un dubbio, se due essendo gli oggetti fra loro diversi, e posti a qualsivoglia distanza l'uno dall'altro, fosse poi lecito l'ottenere coll'istesso metodo non solo la prospettiva di ciascuno, ma ancora la debita situazione sulla parete di modo, che le apparenti distanze corrispondessero alle vere. Oltre all'idea che avrà fatta il prospettivo degli oggetti, dovrà ancora immaginarsi la loro situazione, e questa potrà esprimersi intendendo condotta sopra un piano orizzontale una linea che da un punto di un oggetto vada a terminare a un punto dell'altro. Data che sia la lunghezza della linea, e dati gli angoli che essa fa con ciascuno dei lati che incontra nei due oggetti, resta abbastanza determinata la situazione di questi. Non sarà poi difficile, dopo descritta la prospettiva di un oggetto, descrivere la prospettiva di detta linea, e quindi per mezzo di essa intraprendere la prospettiva dell'altro oggetto, avendo

sempre in vista gli angoli dati, e le proporzioni stabilite fra la linea e i lati che essa incontra. Se l'operazione sarà fatta con questa avvertenza, otterremo sicuramente quelle apparenze che esigono gli oggetti per quella situazione che hanno, e per le loro rispettive grandezze.

SEZIONE DECIMA

Data la prospettiva, si cerca il punto di veduta, la pianta geometrica e l'altezza vera dell'oggetto.

1. Quello che spiegheremo, può chiamarsi metodo inverso di prospettiva, poichè se fino ad ora, seguendo l'ordine che suol tenersi in questi trattati, data essendo la pianta e l'altezza di un oggetto, abbiamo insegnato di disegnare la prospettiva, quale apparir dee ad un occhio collocato in un dato punto, supporremo al presente dato il disegno di prospettiva e cercheremo il punto di veduta, la pianta geometrica, e l'altezza o le altezze vere di un oggetto che alla data prospettiva corrisponda. Il problema proposto in termini così generali può risolversi in infinite maniere; imperocchè per qualunque luogo dell'occhio potremo sempre fingere un oggetto che corrisponda alla data prospettiva; onde se non si aggiungono altre condizioni, e se non si prendono come stabilite e conosciute alcune di quelle cose che abbiamo proposto da cercare, resterà sempre indeterminato il problema. In

diverse maniere ponno combinarsi i termini proposti, due de' quali essendo dati, si verrà facilmente in cognizione del terzo. Questi problemi particolari, de' quali ora tratteremo, serviranno per far meglio intendere lo stato della quistione e per far strada, per quanto è possibile, alla soluzione del problema generale.

2. In primo luogo supporremo oltre la prospettiva dato il punto di veduta, cioè il punto principale e la distanza dell'occhio, e cercheremo la pianta geometrica e l'altezza vera dell'oggetto. Per la soluzione di un tal quesito basta invertere l'ordine che si è tenuto (Sez. II e III) per disegnare la prospettiva di un dato oggetto. Abbiasi sulla parete un punto Z (Fig. 2) della icnografia prospettiva, e sieno dati nella linea orizzontale i due punti F, D, il primo principale e l'altro della distanza. Si tiri per F, Z la linea FZ, e per D, Z, la linea DZ, che prolungate incontrino la linea fondamentale ne' punti L, Q. In L si alzi una perpendicolare LM, che prendasi eguale ad LQ. Ciò fatto, è manifesto essere M, per le cose dimostrate (Sez. II, § 2), il punto obbiettivo di Z. Passando ad altri punti della icnografia prospettiva, e valendosi della stessa costruzione, si verrà a disegnare tutta la pianta geometrica che corrisponde alla prospettiva. Similmente troveremo l'altezza vera di un punto superiore al piano geometrico seguendo un metodo inverso di quello che si tenne (Sez. III, § 1). Imperocchè nel triangolo FNL (Fig. 6), ove prima era data LN altezza vera, e se ne cercava la prospettiva ZX, colla stessa costruzione essendo data ZX si troverà la LN.

3. Siami permesso di fare una digressione, che spero non sia per essere affatto inutile. Supponiamo un oggetto inaccessibile, di cui si vorrebbe conoscere la vera grandezza. Per esempio si cerca il contorno o pianta di una fortificazione che si vede di lontano. Si disegni in prospettiva questo oggetto col mezzo del vetro ottico, o dello sportello d'Alberto Durero, o d'altro simile strumento, tenendo l'occhio fisso in un punto, e il vetro ottico o piano di prospettiva in una situazione verticale. Eseguito il disegno con tutta la possibile diligenza, per cui essendo data la prospettiva, ed in oltre essendo cogniti i due punti della linea orizzontale, cioè il punto principale e quello della distanza, saremo sicuri di ottenere colla precedente costruzione la pianta geometrica. Certamente si richiede nelle operazioni una somma esattezza, la quale dipende e dalla perfezione degli strumenti e dalla diligenza di chi opera; imperocchè dovendosi dalle cose piccole passare alle grandi, qualunque omissione può cagionare nei risultati un errore di molta conseguenza; ma ciò non toglie la precisione geometrica al metodo, nè la libertà di rigettarlo, quando si avesse in pronto un metodo più sicuro.

4. Conviene riflettere che nella precedente pratica operazione il suolo, su cui è costrutta la fortificazione, dee riguardarsi come il piano geometrico, siccome l'altezza dell'occhio sopra il detto suolo ci dà la distanza della linea fondamentale dalla orizzontale; onde non essendo possibile formare un disegno che nelle stesse

misure ci dia la pianta dell' oggetto, si potrà prendere ad arbitrio la situazione del piano geometrico, cioè la distanza della linea fondamentale dalla orizzontale; perchè terminata che sia la pianta geometrica, sebbene questa si trovi di gran lunga inferiore alla vera, sarà però ad essa affatto simile; e chi dopo desiderasse conoscere le vere grandezze, potrà ritrovarle speditamente; imperocchè come sta la distanza, che si è presa ad arbitrio, della linea fondamentale dalla orizzontale alla distanza vera, così deve stare ciascun lato della pianta geometrica, che si è descritta, a ciascun lato omologo della vera. Per intendere la ragione di ciò immaginiamoci un occhio che guardi l' oggetto attraverso del vetro, e immaginiamo condotte dall'occhio a ciascun punto dell'oggetto le linee visuali, che tutte insieme formano una piramide avente per base la pianta della fortificazione proposta, e per vertice l' occhio. S'intenda un piano parallelo al suolo, su cui sta l'oggetto, che tagli la piramide. Con questa sezione si avrà una figura simile alla base della piramide tanto più piccola nella sua circonferenza, quanto minore sarà l'altezza dell' occhio sopra il piano della sezione, e secondo questa proporzione dovrà essere minore qualunque lato della pianta sul detto piano paragonato col lato omologo della vera. Se si trattasse non della sola icnografia, ma ancora della ortografia, si proverebbe nello stesso modo che presa ad arbitrio la distanza della fondamentale dalla orizzontale, l'altezza trovata col disegno avrebbe all'altezza vera di un punto

dell'oggetto sopra il suo piano geometrico quella proporzioue che ha l'altezza dell'occhio sopra il piano preso ad arbitrio all'altezza sopra il vero piano geometrico. Questo metodo pratico dedotto dalle regole di prospettiva ci dà occasione di riflettere, che chi disegna e vuole rappresentare un oggetto non potendo mettere in carta la vera pianta di esso per la troppa sua estensione, e perciò valendosi di una pianta a quella simile, comechè di gran lunga inferiore in grandezza, ciò non ostante ottiene l'intento; imperocchè potrà sempre immaginare che la pianta disegnata sulla carta sia nata dalla sezione di un piano parallelo a quello su cui posa l'oggetto. Per quello poi che riguarda l'inganno di far comparire l'oggetto a quella distanza che si vorrebbe, questo è particolare ufficio della prospettiva aerea, per cui i raggi riflessi sulla parete giunger debbono all'occhio con quelle modificazioni che avrebbono se procedessero da un oggetto lontano.

5. Per compimento del metodo spiegato aggiungeremo, che trattandosi di misurare qualche angolo inaccessibile che si vede di lontano, e che giaccia sopra un piano orizzontale, non è necessario descrivere la pianta geometrica delle linee che lo comprendono. Preparato il vetro ottico, come si è detto, e segnata in esso la linea orizzontale e il punto principale, si noti ove le linee prospettive dell'angolo, prolungate che sieno, vanno a ferire la linea orizzontale. Per esempio, le linee prospettive *b d*, *b c* (Fig. 55) prolungate incontrando l'orizzontale ne' punti N, M, si alzi nel punto

principale F una perpendicolare F P eguale alla distanza dell'occhio, e da P si tirino le linee P N, P M: l'angolo, che comprendono dette linee è eguale all'angolo dell'oggetto veduto sulla parete in *d b c* (Sez. IX, § 2).

6. Un altro problema da risolvere col metodo inverso di prospettiva sarà quello di cercare il luogo dell'occhio essendo dato l'oggetto e la prospettiva; e per ridurre le cose alla pratica, fingiamo che a noi si presenti un disegno, in cui oltre la prospettiva sieno descritte geometricamente e le piante e le altezze, e sia data la linea fondamentale che divide il piano geometrico dal piano della parete, ma che niuna orma apparisca del punto principale e del punto di distanza, i quali punti danno a conoscere la situazione dell'occhio. Un sol punto dell'oggetto col punto corrispondente di prospettiva non basta a determinare il problema. In fatti se immagineremo che un occhio guardi un punto attraverso della parete, condotta una linea per l'uno e l'altro punto, obbiettivo e prospettivo, e prolungata oltre la parete, purchè l'occhio si trovi in essa linea, vedrà sempre il punto di prospettiva incontro al punto obbiettivo; ma se aggiungeremo un'altra linea che parta da un altro punto dell'oggetto, e passi pel suo punto corrispondente di prospettiva, dovrà questa incontrare la prima nel punto dell'occhio, il quale resta perciò determinato. Per dare un esempio di ciò potremo valerci di due punti dell'oggetto qualunque sieno o della icnografia, o della ortografia. Abbiamo (Fig. 6) X Z, che è prospettiva

di una linea perpendicolare al piano geometrico, la quale ha per base il punto M, e per altezza la linea LN, e però i punti estremi di essa corrispondono ai punti X, Z. Con questi si vuole determinare il luogo dell' occhio. Si tenga un ordine inverso a quello che si spiegò (Sez. III, § 1), in cui essendo dato il punto principale F, la distanza FD, il punto M, l'altezza LN, si trovò XZ; ed ora invece del punto F e del punto D, essendo data XZ, condurremo le linee LZ, NX, e troveremo nel punto del loro concorso il punto principale F; indi condotta per F una linea parallela alla fondamentale avremo la linea orizzontale; e finalmente presa LQ eguale ad LM, e condotta QZ, andrà questa ad incontrare l' orizzontale nel punto di distanza D.

7. Questi problemi ci danno a conoscere che non è possibile, come si disse da principio, trovare con sicurezza il punto di veduta, ed inoltre la pianta geometrica e l'altezza dell' oggetto, quando altro non s' abbia che la prospettiva; pure se gli oggetti saranno di una figura regolare, secondo che sogliono per lo più costruirsi le fabbriche, potremo lusingarci coll' aiuto di alcune congliietture fondate sulle leggi costanti dell' architettura di sciorre il problema in quei termini generali ne' quali fu proposto da principio.

8. In architettura è legge costante che le linee delle basi, dei capitelli, delle cornici, e altre di simil sorta sieno tra loro parallele e orizzontali; ond' è che poste in prospettiva si fanno convergenti a un punto della linea oriz-

zontale; parimente è legge costante che certe linee stieno a piombo, come quella dell' angolo che fanno due muri, l' asse di ciascuna colonna, e altre simili, le quali trasportate sulla parete rimangono a piombo, cioè perpendicolari alla linea orizzontale. Prolungandosi dunque nella data prospettiva due di quelle linee che sappiamo doversi incontrare sulla orizzontale, avremo un punto, per cui condotta una linea perpendicolare o all' asse di una colonna, o alla linea dell' angolo che fanno due muri, saremo certi essere quella la linea orizzontale.

9. Un' altra legge, e questa pure può dirsi costante in architettura, consiste in ciò, che due muri sieno tra loro ad angolo retto, quando qualche circostanza non lo impedisse, o si trattasse di una pianta a cui convenisse una figura regolare che non fosse quadrata. Nella prospettiva si scelgano due linee che ragion vuole che sieno nell' oggetto ad angolo retto, ed insieme in un piano orizzontale. Potrebbero servire le linee di una cornice che gira d' intorno all' edificio, e fa lo stesso angolo che fanno i muri, oppure le linee della icnografia degli stessi muri. Sieno queste linee le *b d*, *b c* (Fig. 55), e si prolunghino fino all' orizzontale ne' punti N, M. Dico in primo luogo che il punto principale dee trovarsi tra N e M; e in secondo luogo, che essendo descritto un semicircolo sopra NM, qualunque sia per essere il punto principale F, dovrà la distanza dell' occhio dalla parete essere eguale alla ordinata del circolo condotta nel punto principale. L' uno e l' altro si prova con ciò che abbiamo esposto nella precedente

Sezione: imperocchè essendo retto l'angolo nel semicircolo N P M, ovunque si prenda il punto F nel diametro N M, e per distanza la ordinata F P, sarà sempre salva la condizione che le due linee prospettive corrispondano ad un angolo retto.

10. Fin ad ora resta indeterminato il problema; e per meglio comprendere tutte le possibili situazioni dell'occhio, immaginiamo il semicircolo che ha per diametro N M, situato ad angolo retto colla parete. Scorrendo l'occhio sulla circonferenza vedrà sempre incontro alle linee prospettive *b d*, *b c* un angolo retto sul piano geometrico, o sopra altro piano ad esso parallelo. Che se l'occhio si scostasse dalla detta circonferenza, vedrebbe un angolo o acuto, o ottuso; perchè se la linea della distanza fosse maggiore dell'ordinata, condotte dal punto estremo le linee ai punti N, M, comprenderebbero esse un angolo acuto; e sarebbe ottuso l'angolo, se la distanza fosse minore. Acciocchè non resti indeterminato il problema cercheremo sul disegno un altro angolo, come *a*, che sia prospettiva di un angolo retto, e prolungate le linee del nuovo angolo fino all'orizzontale, se queste incontreranno gli stessi punti N, M, sarà indicio che il primo angolo retto abbia i lati paralleli a quelli del secondo, il quale perciò sarà incapace di determinare il problema. Ma se le linee prolungate incontreranno due altri punti, come H, G, facciasi un semicircolo sopra H G, il quale darà tutti i punti di veduta, ne' quali le due linee, che comprendono l'angolo *a*, fanno la prospettiva di

un angolo retto. Tagliandosi questi due semicircoli in un punto P, e da P condotta l' ordinata PF, sarà necessariamente F il punto principale, e PF la distanza dell' occhio, essendo manifesto, che prendendosi qualunque altro punto fuori di P, non può più reggere la supposizione, che abbiamo fatta, dei due angoli retti negli oggetti.

11. Qualora un angolo retto si trovi con un lato parallelo alla parete, disegnato in prospettiva rimane il lato colla stessa direzione, cioè parallelo alla linea orizzontale, e l' altro lato, che è perpendicolare alla parete, s' indirizza al punto principale. Per la qual cosa se uno degli angoli scelti nella prospettiva a questo fine di trovare la situazione dell' occhio, fosse tale, del che sarà indicio l' essere un lato parallelo alla orizzontale, per mezzo dell' altro lato potremo segnare il punto principale. Qui pure conviene avvertire in qual modo resti indeterminato il problema. Nell' articolo precedente si dimostrò che non era sufficiente un solo angolo per decidere la questione, mentre soddisfacevano egualmente tutti i punti di un semicircolo, in cui scorrendo un occhio avrebbe veduto in ogni punto l' angolo dato come prospettiva di un angolo retto. Ma ora in vece di un circolo abbiamo una retta linea perpendicolare alla orizzontale; imperocchè qualunque sia la distanza dell' occhio dalla parete, purchè il punto principale sia quello a cui termina nella orizzontale il lato prodotto, dovrà sempre l' occhio vedere un angolo retto nell' oggetto per cagione del dato angolo prospettivo.

Coll' aiuto poi d' un altro angolo descrivendosi un semicircolo, dalla intersecazione di esso colla linea retta, oltre al punto principale, si avrà ancora la distanza.

12. Posto che nella prospettiva non vi fosse che un solo angolo retto, oppure se, essendone molti, fossero tutti egualmente posti, lo che non rade volte succede, converrà esaminare se sia possibile di riconoscere un qualche angolo di gradi 45 nel seguente modo. È legge costante in architettura che certi intervalli sieno eguali, come gli intercolonnii, gli spazii tra i pilastri e le finestre. Parimente le sculture nel fregio, come le metope e i triglifi, oppure i modiglioni e i dentelli nelle cornici ci danno eguali distanze. Posto ciò, non sarà difficile trovare due punti ne' lati dell' angolo retto che sieno nell' oggetto egualmente distanti dal vertice dell' angolo. Sieno di tal natura i due punti *c*, *d*. Per essi si descriva una linea *c d*, la quale per il supposto fatto deve corrispondere ad una linea che nell' oggetto faccia angolo di gradi 45 con l' uno e l' altro lato dell' angolo retto. Si prolunghi *c d* fino all' orizzontale in R. I due lati, che comprendono nell' oggetto l' angolo di gradi 45, vanno in prospettiva ad incontrare l' orizzontale nei due punti N, R; onde facendosi sopra N R un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 45, ove esso taglia il semicircolo N P M, ivi avremo quel punto per cui si determina e il punto principale e la distanza. Per descrivere detto segmento ognun vede che basta dividere per metà N R, e alzare nel mezzo una perpendicolare

eguale alla metà di N R, e dal suo punto estremo C coll'intervallo C R, o C N descrivere un circolo, in cui essendo N R corda di un angolo retto, sarà l'angolo nel segmento di gradi 45. Se si fosse preso non l'angolo *c d b*, ma l'altro *d c b* che corrisponde egualmente ad un angolo di gradi 45, prolungati i lati si avrebbero nella orizzontale i due punti M, R; ma perchè M R non sottende l'angolo semiretto, bensì il suo supplemento, invece di descrivere sopra M R un segmento capace di un angolo di gradi 45, il dovremo descrivere capace del supplemento, cioè di gradi 135. Questa avvertenza, che non abbisogna negli angoli retti, si dovrà sempre avere quando si tratti d'angoli obbliqui, come abbiamo insegnato (Sez. IX, § 3).

13. Se un lato dell'angolo retto, come *b c*, fosse parallelo alla linea orizzontale, e però l'altro lato *b d* fosse rivolto al punto principale, condotta la *c d* quale l'abbiamo supposta nell'articolo precedente, e prolungata fino all'orizzontale, ci darebbe senz'altra costruzione il punto di distanza, giacchè tutte le linee parallele al piano geometrico, che fanno un angolo di gradi 45 colla parete, concorrono in prospettiva (Sez. II, § 5) al punto di distanza. Che se in vece di un lato dell'angolo retto fosse la *c d* paralella alla orizzontale, saremo certi che l'angolo retto nell'oggetto sia posto in modo, che i lati facciano angolo di gradi 45 colla parete, e che in prospettiva concorrano ai due punti di distanza, i quali sono egualmente lontani dal punto principale; onde

trovati questi due punti, dividendosi l' intervallo per metà, si avrebbe il punto principale, e la metà del detto intervallo sarebbe eguale alla distanza.

14. Fino ad ora ci siamo contenuti ne' soli angoli retti e semiretti, perchè questi s' incontrano assai sovente negli oggetti d' architettura. Quando poi vi fosse motivo di sospettare che l'angolo che fanno due muri fosse o acuto o ottuso, sarebbe difficile indovinarne la giusta misura, fuori del caso di una qualche figura regolare. Supponiamo che fosse cognita la misura di un angolo obbliquo; allora, in vece di descrivere un semicircolo sulla linea orizzontale fra i due punti trovati colle linee prospettive, si descriverebbe un segmento di circolo capace del noto angolo, e quindi colla intersecazione di due circonferenze si determinerebbe nello stesso modo il punto principale e la distanza. Potrebbesi ancora venire in cognizione di ciò che si cerca con un solo angolo obbliquo, purchè ci mostrasse l' architettura due linee eguali intorno al vertice del noto angolo. Supponiamo che l'angolo *c b d* corrisponda alla pianta di un esagono, e che per cagione degli eguali intervalli nell' architettura sieno le linee *b c*, *b d* prospettive di linee eguali, e che però nell' oggetto sia isoscele il triangolo *c b d*. Ciò posto, sarà cognita la misura di ciascun angolo; imperocchè essendo l' angolo dell' esagono di gradi 120, toccheranno gradi 30 a ciascuno degli altri due angoli corrispondenti ai due *c*, *d*. Facciasi dunque un segmento di circolo sopra M N capace

di un angolo di gradi 120, e sopra NR un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 30. Questi necessariamente s'intersecheranno in un punto superiore alla linea orizzontale; onde condotta da esso conforme il solito la perpendicolare, si avrà il punto principale e la distanza.

15. Se l'angolo dell'esagono fosse posto in modo che un lato si trovasse parallelo alla parete, come se la *c b* fosse parallela alla linea orizzontale, non la incontrerebbe che ad una distanza infinita; e quantunque s' abbia la notizia di un angolo, pure in queste circostanze non potrebbesi costruire il circolo, ma in suo luogo si avrebbe una linea retta, come accade negli angoli retti che abbiano un lato parallelo alla parete. Si rifletta però, che dovendo sempre essere l'angolo MPN eguale all' angolo dell' oggetto, cioè di gradi 120, ed essendo PM per la infinita distanza del punto M parallela alla orizzontale, è forza che PNM sia supplemento dell'angolo in P, cioè sia di gradi 60. Per la qual cosa se condurremo dal punto N una linea, come NP, che faccia coll' orizzontale un angolo di gradi 60, saremo certi che ogni punto di essa soddisferà per far comparire l'angolo dato come prospettiva di un angolo di gradi 120. Se poi sopra NR sarà descritto un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 30, allora per la intersecazione della linea col circolo si avrà il punto, da cui condotta la perpendicolare resta determinato e il punto principale e la distanza.

16. Stando le cose come sopra, se in vece

di $b\,c$ fosse $c\,d$ parallela alla linea orizzontale, in più modi potrebbesi risolvere il problema. Prodotte le due linee $b\,c$, $b\,d$, e trovati i punti M, N, si faccia sopra M N un segmento di circolo capace del noto angolo di gradi 120. Dividasi per metà M N, e si avrà il punto principale; indi sopra di esso condotta l'ordinata, sarà questa eguale alla distanza. Oppure, giacchè il punto R si trova ad una infinita distanza dal punto N, facendosi l'angolo P N R eguale al supplemento del noto angolo di gradi 30, che è lo stesso che far l'angolo P N M di gradi 30, e operandosi nello stesso modo dalla parte di M, giacchè l'altro angolo $b\,c\,d$ si suppone esso pure di gradi 30, ove s'incontreranno le due linee rette condotte l'una dal punto N, e l'altra dal punto M, si avrà il punto P che si cerca. Parmi ciò tanto evidente per le cose spiegate che non abbisogna di prova.

17. In quei casi ne' quali supponiamo noto un solo angolo, abbiamo procurato di riconoscere un triangolo isoscele coll' aiuto degli intervalli eguali che ci somministra l' architettura. Non era assolutamente necessario questo triangolo isoscele, ma più tosto l' abbiamo supposto tale per maggiore facilità. Per altro se fosse nota la proporzione di due lati che comprendono l'angolo dato, ciò basterebbe a farci conoscere il valore degli altri due angoli, e il rimanente della costruzione non riuscirebbe punto dissimile da quella che si è fatta essendo gli angoli eguali.

18. Nelle precedenti ricerche abbiamo supposto che gli angoli nell'oggetto sieno in un

piano orizzontale; pure potrebbero egualmente servire le notizie d' altri angoli, come per esempio degli angoli che fanno le linee dei frontispicii col piano orizzontale, o le linee diagonali delle finestre, purchè fosse nota la loro inclinazione. Nel disegno (FIG. 53) prolungata la icnografia del muro B D per avere sulla orizzontale il punto H, e condotta quivi ad angoli retti la H X, troveremo in essa quel punto X, a cui concorrono le linee prospettive dei frontispicii. Dal punto X si tiri una linea X R, che faccia colla orizzontale in R un angolo eguale a quello della vera inclinazione che hanno col piano orizzontale le linee dei detti frontispicii. Per le cose spiegate (§ 7, Sez. IV) essendo H R eguale ad H P, se faremo centro in H, e descriveremo un circolo col semidiametro H R, dovrà il punto P cadere nella circonferenza del circolo descritto. Si cerchi nel disegno un altro angolo in un piano verticale diverso da quello del muro B D, oppure si ricorra ad uno di quegli angoli de' quali abbiamo parlato negli articoli precedenti, e si avrà quanto basta per stabilire il punto P. Abbiamo detto che s' abbia a cercare un angolo in un piano verticale diverso da quello del muro B D; imperocchè concorrendo tutte le linee parallele, che giacciono nel piano del muro B D, in un punto della linea H X, e dovendo essere per qualunque angolo d' inclinazione H R eguale ad H P, risulterebbe sempre il medesimo circolo, e però niente più si potrebbe raccogliere da molti angoli di quello che si raccolga da un solo. Intorno a questi angoli verticali potrebbero farsi

molte riflessioni, come abbiamo fatto per gli angoli orizzontali; ma le tralascieremo per amore della brevità, e solamente avvertiremo chi studia, non essere difficile cosa il dedurle dalle proposizioni spiegate (Sez. IV, § 8, 9).

19. Dopo tutti questi esami, se mai succedesse che i circoli o le linee rette descritte colle notizie degli angoli non s'incontrassero in alcun punto, o sarebbe indicio che gli angoli nell' oggetto non fossero quali li abbiamo supposto, o che il disegno non fosse fatto colle debite regole di prospettiva. Potrebbe anche succedere che la geometria fosse più liberale di quello che si vorrebbe, dandoci due punti di veduta, ciascuno de' quali soddisfacesse alle proposte condizioni. Fingiamo due angoli nell' oggetto, de' quali uno almeno sia obbliquo, e che fatta la costruzione si taglino i circoli in due punti superiori alla linea orizzontale; oppure che una linea retta, descritta colla notizia di un angolo che abbia un lato parallelo alla parete, tagli il circolo in due punti superiori alla linea orizzontale; allora due sarebbero i punti di veduta possibili nelle proposte circostanze, e senza un terzo angolo non si potrebbe decidere quale dei due fosse il vero punto di veduta di tutto il disegno, purchè però il circolo descritto col terzo angolo non s'incontrasse anch' esso a passare per i medesimi punti d'intersecazione trovati cogli altri due circoli.

20. Ecco per tanto aperta la strada alla soluzione del problema generale proposto ne' termini seguenti: *Data la prospettiva, si cerca il*

punto principale e quello della distanza, la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto. Descrivasi primieramente la linea orizzontale, il punto principale e il punto della distanza coll' aiuto di quelle conghietture, che essendo fondate sulle leggi costanti dell' architettura, hanno tutta quella certezza che può mai desiderarsi. Con queste notizie si avrà quanto basta per disegnare geometricamente l' oggetto conforme il metodo spiegato nel primo problema di questa Sezione.

—

RAGIONAMENTO

SOPRA

DIVERSE QUESTIONI

APPARTENENTI

ALLA

PROSPETTIVA

---

1. Sogliono i prospettivi trattare diverse questioni, che noi proporremo con questo Ragionamento, aggiungendone altre ancora, che forse non sono state trattate da alcuno; e avvegnachè sieno la maggior parte difficili da risolvere, pure non sarà affatto inutile l'averne almeno esaminata e conosciuta la difficoltà. Ciò che è fuori di ogni controversia, come la ragione il dimostra, si è l'importanza dello studio della prospettiva a chi s'applica al disegno; e se mai alcuno vi fosse che in cose di pratica ascoltar non volesse la ragione, rispetti almeno l'autorità de' più celebri autori che sono concordemente di questo parere. Lionardo da Vinci comincia il suo Trattato della Pittura con queste parole: *Il giovane dee prima imparar prospettiva;* e Leonbattista Alberti si esprime nel seguente modo: *E vorrei certamente che noi ci persuadessimo colui solo*

essere per diventare ottimo pittore, il quale ora ha imparato a collocare ottimamente tutti i dintorni e tutte le qualità delle superficie. Convengo però, che più facile sia a chi dipinge prospettive l'usare queste regole, che a quelli che dipingono paesi, figure e cose simili. In fatti se si considera un uomo nudo, il suo contorno, o il contorno di qualunque sua parte presenta al nostro occhio tante linee curve, per le quali non basta mettere in prospettiva due soli punti, come si fa per le linee rette, ma bisogna disegnarne molti; onde i pittori di figure trovano più comodo procurarsi un certo abito colla pratica e col lungo uso di disegnare dal vero, che par loro di aver ragione di non curare le regole di prospettiva, le quali poi raccomandano a que' soli che disegnano fabbriche e qualunque genere di architettura. Quantunque essi abbiano qualche ragione di ciò fare, pure non posso loro accordare il disprezzar questa scienza, la quale se non può giovare per la prospettiva di ciascuna figura, potrà almeno insegnar loro le proporzioni fra le apparenti grandezze. Tanta è l'importanza di bene eseguire ciò, che molti valenti professori hanno creduto che non s'abbia in questo studio a perdonare a fatica. Propone l'Accolti di far modelli di cera conforme il soggetto che si vuole rappresentare; indi *cercar la veduta migliore e più singolare, appresso osservare i lumi, i riflessi, i sbattimenti, i cadimenti dei panni, i piombi di ciascuna testa sul piano, gli accrescimenti, le diminuzioni delle parti, i parterri delle ombre, i risalti, le più o meno vive tinture*

de' colori; le osservanze delle quali cose tutte generano quella armonica rappresentazione di cose che tanto lascia contento e appagato l' occhio del riguardante assuefatto anche nel naturale a così fatte apparenze. Senza premettere una simile operazione che insegni di situare le figure, e di dare alle medesime la dovuta degradazione, come potrà mai il pittore co' suoi disegni far sì, che chi li riguarda, comprenda quelle distanze che vi hanno ad essere fra gli oggetti? Ho inteso più volte a dire, e ho conosciuto ancora per me stesso, che alcuni quadri sono dipinti con tale maestria, che pare che quei finti oggetti ne invitino, e colà vi promettano un comodo passeggio. Per lo contrario l'occhio tal volta non solo non trova modo di passar oltre, ma nè meno pare che vi sia luogo per gli oggetti stessi; tanto sono gli uni addosso agli altri, e tutti ristretti dentro ad un breve spazio che non può contenerli; la quale disgustosa apparenza da altro non procede, che dal difetto della prospettiva. Bisogna però confessare che molti pittori senza sapere questa scienza, o senza farne uso, hanno prodotto opere tali, che tengonsi in grandissimo pregio. In conferma di ciò basta considerare le pitture di Guido Reni, uno de' capi della nostra scuola, e si vedrà quanto manchino i suoi disegni alle leggi della prospettiva. L' esempio suo ha sedotti molti che sono venuti dopo, i quali se riflettessero che Guido non è famoso per questo, perchè niente sapesse di prospettiva, ma per quelle cognizioni e abilità che avea degne di un eccellente pittore, non solo cercherebbero

per loro profitto d'imitarlo in ciò che sapea, ma studierebbero quello ancora che egli non sapea, per aspirare ad una gloria maggiore.

2. Non sono i pittori solamente che mostrino di avere in dispregio la prospettiva, ma quelli ancora che fanno uso delle pitture, collocandole in modo che riesca impossibile a chi le riguarda di prendere quella situazione che richiederebbe la prospettiva. Poniamo che nel disegnare il quadro abbia il pittore stabilito il punto principale presso a poco nel mezzo della tela. Rappresenti il disegno un piano o suolo orizzontale, sopra cui stieno diverse figure. Egli è certo, che essendo l'occhio superiore al detto piano, il potrà vedere secondo tutta la sua estensione, e potrà vedere altresì tutto ciò che vi posa sopra; anzi se un'urna vi fosse, o altro vase, non solo l'occhio vedrebbe l'orlo superiore, ma ancora buona parte di ciò che entro vi si contenesse. Immaginiamoci un tal quadro collocato tant'alto, che l'occhio resti sotto la linea del piano. Non v'ha dubbio che un'urna posta a quell'altezza non lascierebbe vedere la bocca, e ciò che contenesse dentro di sè, se non quando fosse molto inclinata verso chi la riguarda; onde nel caso presente l'urna comparirebbe non più in quella situazione che avea immaginato il pittore, ma in un'altra; e se essa mostrasse di essere piena di un qualche liquore, dovrebbe esso per la inclinazione dell'urna disporsi tutto ad un tratto ad escire, e non potrebbe in alcun momento rimanere piana la sua superficie, come succederebbe ad un corpo solido per l'aderenza delle parti. Per

ciò che riguarda il piano orizzontale, essendo l'occhio ad esso inferiore, non dovrebbe vedere che la prima linea; e se il vede secondo tutta la sua estensione, sarà forzato a concepire che esso ascenda come un palco di teatro, e immaginandolo tale, come potrà poi corrispondere a questa idea la prospettiva delle figure? E finalmente perchè un uomo ritto in piedi e collocato in alto avrebbe un aspetto assai differente, che se stasse sul piano medesimo di chi lo guarda, poichè in una situazione si nasconderebbero alcune parti che nell'altra erano visibili, e se ne manifesterebbero altre che erano invisibili, per salvare l'apparenza delle figure, saremo costretti a concepirle in pendenza, e presso a poco perpendicolari a quella direzione, secondo cui le vediamo. Ora per tutte queste contraddizioni, quale imbarazzo non dovrà provare lo spettatore nella sua fantasia, e quanto meno appagarsi di una cotal vista?

3. Mi è noto però, che i pittori ancor più eccellenti hanno dimostrato di far poco conto di un tal precetto, avendo essi nel dipingere sopra alti muri regolato la prospettiva come se l'occhio si trovasse a dirittura del quadro, di modo che niuno senza ascendere a quella altezza può godere compiutamente delle loro opere. Per tacere di molti basterà l'esempio di un Rafaello, il quale nel palazzo del Vaticano ha mirabilmente espresso co' suoi disegni la storia del Vecchio Testamento, ove non avrebbe potuto far vedere la inondazione delle acque che coprirono la terra al tempo del diluvio,

senza supporre l'occhio dello spettatore alquanto di sopra al livello delle sue acque. L'autorità di un tanto uomo dovrebbe imporre silenzio, se la ragione non si opponesse con evidenza. Per non far torto nè all'una nè all'altra, mi do a credere che se Rafaello avesse potuto valersi del proprio giudicio, e servire piuttosto al suo che all'altrui volere, non avrebbe scelto un tal luogo per trattarvi quell'argomento. Io poi non sostengo che s'abbiano a disprezzare le pitture, perchè manchi il comodo a chi le osserva di prendere quel punto di vista che richiederebbe la prospettiva. Forse i pittori che col loro intendimento sono capaci di supplire a questa mancanza, e rappresentarsi il quadro come se il vedessero dal debito luogo, saranno meno degli altri solleciti per l'osservanza di un tal precetto. Quando ciò sia, converrà dire che essi sieno più da invidiarsi che da riprendersi, purchè però non prendano a sostenere che questo costume sia conforme alla ragione, come alcuni hanno procurato di fare, seguendo ciecamente il consiglio dato da Leonbattista Alberti, cioè *che il punto principale si pone all'altezza dell'uomo che ha da dipingere, perchè in questo modo coloro che riguardano e le cose dipinte pare che sieno ad un piano eguale.* Aggiungono essi, che supponendosi l'occhio molto inferiore al quadro, ne verrebbero per la necessità della prospettiva certi scorci nelle figure, i quali per essere insoliti a vedersi, in vece di recar diletto, offenderebbero la immaginazione. Forse non è tanto insolita la vista di persone, o d'altri

oggetti collocati in un piano superiore a quello dell'occhio; ma se ciò fosse, onde è poi che i scultori, lavorando statue destinate ad occupare un luogo eminente, non temono di offendere la immaginazione con una insolita vista, giacchè le statue, ovunque sieno poste, a noi si presentano in quello aspetto e in quello scorcio che esige la prospettiva. Si può dire con verità che questa volta la teorica e la pratica non si accordano insieme; e la ragione principale credo che sia, perchè la pittura non è considerata dai più per quello che è, ma per un ritrovamento che altro fine non abbia che quello di abbellire una camera, e di coprire il bianco di un muro. Che se essa si riguardasse come produzione dell'umano sapere, atta a trattenere lo spirito, con istruirlo e dilettarlo, si avrebbe maggior premura di collocare i quadri debitamente, per non pregiudicare alla prospettiva, che è lo stesso che dire, alla imitazione del vero, che sopra tutto studia il pittore di conseguire.

4. Perchè intendano quelli ancora che non hanno fatto alcuno studio di prospettiva l'importanza che vi è di ben collocare un quadro, paragoniamolo ad uno specchio, il quale ci dà idea di una pittura perfettissima, non potendo essere più simili al vero le immagini che da esso si rappresentano, mentre sono le stesse che veggiamo direttamente. Stando lo specchio dietro al muro, e in parte più basso dell'occhio, si vedrà in esso il pavimento della camera, e tutte intiere le persone che ivi si trovano. Se più s'alza lo specchio cominceremo

a perdere la vista del suolo, e si vedranno solo a mezzo le persone; e se finalmente l'occhio resta molto di sotto, niente de' predetti oggetti potrà vedersi, se non quando si faccia pendere lo specchio, e allora il pavimento della camera sembrerà un piano inclinato, e tutto ciò che al detto piano è perpendicolare, sembrerà inclinato, e però tutte le persone staranno come in atto di cadere. Fingiamo ora che un uomo vi fosse, il quale non avesse alcuna notizia di que' corpi che fanno vedere gli oggetti per riflessione, e che a lui si presentasse uno specchio. Certamente da principio resterebbe ingannato credendo di vedere gli oggetti stessi, e di avvicinarsi a quelli accostandosi allo specchio; ma se gli oggetti e le persone che vede fossero tanto inclinate da non potersi reggere contro la propria gravità, ciò solo basterebbe per farlo accorgere dello inganno, e per conoscere finto quello che avrebbe senza questo difetto tutto il carattere per comparir vero; onde se una tale apparenza pregiudica tanto alla imitazione, quale pregiudicio non apporterà alla pittura questa stessa deformità accompagnata a mille altre che si oppongono direttamente all'obbietto dell'arte che è d'imitare il vero? Mi si dirà forse che quella deformità che abbiamo considerata nello specchio inclinato per questo si rende manifesta, perchè è la sola ed unica che trovisi in quelle immagini, le quali nel rimanente sono al vero somigliantissime; e che in un quadro questa stessa deformità, essendo accompagnata a tante altre, non si manifesta, e non manifestandosi non arriva a

cagionare dispiacere, e per questo conto si crederà che non vi sia obbligo di sfuggirla assoggettandosi rigorosamente alle regole di prospettiva; nel che io sono di contrario parere, e appunto la deformità che abbiamo detto per questo mi dispiace meno nello specchio per essere sola, e più mi dispiace in una pittura per essere accompagnata a molte altre. E per verità rappresentando uno specchio così al vivo gli oggetti, che chi guarda in esso può far conto di guardare gli oggetti stessi, chi sarà mai che si fermi con piacere a contemplare e a considerare quelle immagini, giacchè da una tal vista non ritrarrebbe maggior piacere di quello che a lui ne verrebbe contemplando gli oggetti stessi, i quali vedendosi da noi tutto giorno, sono inabili a recare diletto; e credo di poter dire che per lo più non è l'oggetto, ma la imitazione che a noi piace; onde se la imitazione sarà giunta a tale di far parer vero ciò che è finto, si perderà affatto il piacere della imitazione. Per la qual cosa io credo anzi di avere qualche obbligo alla deformità che io riconosco nello specchio quando è inclinato, perchè essa mi risveglia nell'animo la idea della imitazione, e questa mi cagiona un piacere che senza di essa non avrei. Ho più volte meco stesso pensato qual vantaggio ne verrebbe dal colorire le antiche statue greche senza pregiudicare all'esattezza del contorno, e mi sono sempre più confermato nel credere che esse non recherebbero verun piacere; imperocchè chiunque riguardasse il Laocoonte tinto di colore naturale di carne, parerebbegli di vedere un

uomo nudo, e non ne ritrarrebbe maggior piacere di quello che s' abbia a vedere il nudo dell' accademia. La ragione di ciò parmi che sia, perchè la imitazione sarebbe tanto perfetta che più non si riconoscerebbe, e però si perderebbe il piacere di essa. E sebbene fosse di molta stima degno colui che sapesse o dipingendo o scolpendo imitar la natura in un modo perfettissimo, pure colle sue opere moverebbe più tosto l' ammirazione che il piacere, e però non conseguirebbe quel principal fine che si propongono coteste arti.

5. Sebbene però, come abbiamo detto, coll'imitare le cose a segno che paiano vere, non si rechi diletto, non perciò si deve conchiudere che quanto più le pitture e sculture saranno dal vero dissimili, tanto più abbiano a dilettare; imperocchè accostandosi all' altro estremo si perderebbe affatto la imitazione, e con essa il piacere che ne deriva. È sempre stata difficil cosa l' assegnare certi limiti in ciò che riguarda i sensi, e che chiamasi bello, buono e dilettevole; pure io non credo di errare, se sono di opinione che bisogni in questo genere di cose che tanto manchi, e non più il finto dal vero, quanto basta a far conoscere ciò che è. E non basta che ciò si conosca in qualunque modo, ma si richiede che quel senso che si pasce e gode della imitazione, conosca egli per sè stesso la imitazione. Perchè se io vedessi il Laocoonte colorito, quantunque il tatto mi avvertisse nel medesimo tempo essere quello un marmo, ciò non sarebbe sufficiente a risvegliare il piacere della

imitazione; imperocchè l'animo nostro se tutto si abbandona ad un sentimento per trarne diletto, tanto rimane da esso occupato, che indarno gli altri a sè lo richiamano: come se uno ascoltasse un dolce canto, non vedrebbe gli oggetti che a lui si presentassero, e se volesse riguardarli con attenzione, perderebbe se non in tutto, almeno in gran parte il piacere della musica. Non basta dunque che il tatto mi avvisi essere una statua quella che pare a vederla un uomo nudo, ma è necessario che un tale avviso s'abbia per mezzo della vista, e però restando il colore del marmo, qual diletto non si avrà a vedere un marmo che mostra stanchezza, rabbia e dolore, in somma che imita le passioni dell'uomo! Nella pittura è assai più difficile che nella scultura l'ottenere l'ultimo perfettissimo grado d'imitazione, e principalmente perchè dovendosi colla pittura far apparire un corpo di rilievo colà dove altro non è che una semplice superficie, sarebbe necessario tener conto esattamente de' gradi diversi delle tinte e delle ombre che appariscono ne' corpi solidi, e con ciò tener dietro ad una varietà quasi infinita della natura. Se dunque tanto è difficile la imitazione, quelli che attendono alla pittura, non sono in istato di trascurare alcuna cosa che apparisca nel vero, per timore che la imitazione riesca troppo perfetta, e perciò non si può loro perdonare se fanno così poco conto delle regole di prospettiva.

6. Giacchè però la condizione de' pittori è tale da non dover essi trascurare alcuna di

quelle cose che sono atte a rendere verisimili le loro immagini, io crederei che per piacere maggiormente dovessero scegliere que' soli oggetti che l'arte può imitare, e non tralasciare di accompagnarli con que' caratteri che si trovano nel vero. Per ciò che riguarda la scelta, egli è fuor di dubbio che alcuni corpi risplendentissimi o per loro natura, o perchè riflettono gran copia di luce, che talvolta giugne ad abbagliare la vista, saranno assai difficili, o piuttosto impossibili da rappresentare. Come potrà un pittore coll'impasto di terre colorate far sì, che il dipinto rifletta tanta luce che rassomigli il vero; oppure che vi sia in pittura la stessa proporzione di luce riflessa da questi e dagli altri corpi, quale si trova negli oggetti stessi? Per superare questa difficoltà hanno alcuni preso l'infelice partito di mescolare il vero col finto, senza avvertire che così facendo, si allontanavano maggiormente da quelle relazioni che hanno gli oggetti. Quando il pittore si trovi in questa necessità, ecco il consiglio che a lui dà Leonbattista Alberti: *Se io vorrò dipingere quella Didone di Vergilio, che avea la faretra d'* oro *ec.*, io *non di meno m' ingegnerò d' imitare con i colori più tosto, che con l'* oro, *quella grande abbondanzia de' raggi d'* oro, *che percota da ogni banda gli occhi dei riguardanti.* Per riguardo agli oggetti che riflettono una luce men viva, non si comprende in vero alcuna impossibilità per esprimerli colle tinte artificiali; ma non per questo si deve credere facile la esecuzione. I pittori

che conoscono la difficoltà che nasce principalmente dai lumi riflessi da corpi posti all'intorno, come si disse sul principio della quinta Sezione, procurano, quando il soggetto loro il permetta, di ritrarre gli oggetti dal vero, coll'avvertenza però, che il lume provenga sempre della medesima parte, altrimente si scorgerebbe nel disegno, per conto della direzione delle ombre, una manifesta contraddizione. Il Lauretti e il Sabbatini, in occasione di dipingere soffitte, come riferisce Egnazio Dante nei suoi comenti alla Prospettiva del Vignola, non permettendo le circostanze di osservare nel vero ciò che voleano rappresentare, per non avventurare a un incerto giudizio la disposizione dei chiari e degli oscuri, costruivano prima un modello, e collocandolo poscia in quell' aspetto di lume in cui dovea trovarsi la pittura, imparavano a distribuire le ombre e le tinte con quella varietà che sola può essere capace di rendere il dipinto simile al vero. Molti esempi di questa pratica potrebbero addursi de' tempi addietro, ma pochi per nostra sventura potremo citarne de' nostri giorni. Non pretendo con ciò di riprendere i moderni pittori, fra' quali molti ne abbiamo che sanno ottimamente tutto ciò che l'arte richiede; e se non usano quegli artificii e quelle diligenze che converrebbono, è perchè non isperano alcuna ricompensa proporzionata alla fatica, e dovendo vivere del loro guadagno, se maggior tempo spendessero, non ne ritrarrebbero il necessario sostentamento. Pretendo bensì di poter dire

con verità, che pochi sono i conoscitori e giusti estimatori delle belle arti, perchè volendo alcuni ornar di pitture le proprie abitazioni, cercano quel dipintore che è più pronto ad eseguire, e che può vendere l'opera sua a minor prezzo. Altri poi sono che sprezzano affatto le pitture, e solo si compiacciono di vani specchii, e di frivoli intagli con oro, il quale, piuttosto che servire egli stesso d'ornamento, sarebbe meglio impiegato a ricompensare chi s'affatica in opere che esigono e tempo e studio e sapere. Ciò che si è ora detto riguarda unicamente la prospettiva aerea; onde per non scostarmi dalla prospettiva lineare, di cui ho preso a trattare, mostrerò come in certe circostanze potrebbe questa parer fallace per difetto dell'altra.

7. Sogliono i prospettivi assegnare alcune regole intorno al punto di veduta, affinchè le parti de' loro disegni acquistino quella proporzione che sembra meglio soddisfare. La regola consiste in ciò, che la distanza dell'occhio dalla parete sia maggiore dell'altezza del medesimo sopra il piano geometrico; perchè chi facesse il contrario, il quadro digradato, come essi dicono, riuscirebbe maggiore del perfetto, che vuol dire, il quadro prospettivo potrebbe talvolta riescire maggiore del vero. Per spiegar ciò che si vuole intendere con questo precetto, propongo da considerare, che tagliando la parete qualunque piramide de' raggi visuali, che ha per base la superficie anteriore dell'oggetto, e per vertice l'occhio, quanto più obbliqua sarà la sezione, e quanto più vicino sarà

l'oggetto alla parete, tanto maggiore ampiezza acquisterà la figura che nasce per tal sezione, e potrà succedere che questa superi l'oggetto stesso. Quelli che attendono alla pratica, s'accorgono ciò appunto succedere quando la distanza dell'occhio dalla parete sia maggiore della distanza delle figure dal punto principale, e però senza altra speculazione convengono che s'abbia ad osservare un tal precetto; e quand'anche le figure prospettive non riescissero maggiori delle vere, pure si farebbero le degradazioni così mostruose, che a niuno parerebbe di riconoscere da quelle l'oggetto che rappresentano. Un'altra simile deformità può nascere per la troppa vicinanza dell'oggetto insieme e dell'occhio alla parete, senza che v'abbia parte la distanza dell'oggetto dal punto principale. Ciò è abbastanza noto a quelli che fanno uso del vetro ottico, a cui essendo un corpo molto vicino, ed altresì molto vicino l'occhio, acquistano le parti prospettive tali proporzioni che di molto si scostano da quelle delle parti obbiettive. Per queste disconvenienze taluno si sdegna contro le regole, credendo fallace la prospettiva, la quale essendo certa ne' suoi principii, non si lascia punto commuovere da quello sdegno, nè vuol concedere al dipintore alcuna licenza. Giacchè dunque nulla si può ottenere dalla prospettiva, e la deformità potrebbe parere tanta da non essere soffribile, cerchiamo almeno la ragione per cui debba essere molesto in pittura ciò che colle stesse grandezze apparenti o sotto i medesimi angoli a noi si presenta nel vero senza deformità. Qui

bisogna entrare in una speculazione più filosofica, che io non vorrei. Conviene riflettere che l'animo nostro apprende con facilità le grandezze apparenti, o gli angoli sotto cui si vedono gli oggetti, o, per meglio dire, ne intende facilmente le proporzioni; ma le grandezze apparenti per sè sole non bastano a far giudicare delle vere grandezze, se non si conosce nello stesso tempo la distanza, perchè sotto i medesimi angoli ponno vedersi due oggetti che sieno disuguali in grandezza, e due oggetti eguali ponno vedersi sotto angoli disuguali per cagione delle differenti distanze. Ora queste distanze a noi non si manifestano, se non per certe conghietture che la sola esperienza ci ha insegnate, e che noi facciamo per abito senza avvedercene. Imperocchè la chiarezza del lume, la intensione del colore, la distinzione delle parti più piccole, la interposizione degli altri oggetti, tutte unite insieme, ci avvisano delle distanze, e conciliandosi poi queste colle apparenti grandezze, si giudica della vera proporzione che hanno i corpi tra loro. Per la qual cosa se un pittore vorrà rappresentare le cose come si vedono, dovrà con molto studio tener conto delle differenze dei lumi e dei colori, e di tutto ciò che contribuisce al giudicio della distanza. Trattandosi di corpi molto lontani dall'occhio, le predette differenze essendo assai piccole, e forse insensibili, sarà più facile la imitazione; ma se i corpi fossero molto vicini, come ora li supponiamo, oppure se occupassero uno spazio sulla parete di gran lunga maggiore di quello che conviene alla loro

grandezza, troppo vi vorrebbe per bene imitare il vero; onde mancando quella debita proporzione di lumi, di colori e quella conveniente distinzione delle parti, mancherebbe un' idea che suole avvisarci della distanza che hanno i corpi da noi, e allora abbandonandosi l' animo alle sole grandezze apparenti, formerebbe un giudicio molto diverso da quello che richiederebbono le vere grandezze degli oggetti, nel che consiste la deformità che abbiamo poc' anzi accennata. Tanto è vero essere il difetto della prospettiva aerea, e non della lineare, che prendendosi uno specchio come una pittura, per qualunque situazione dell' occhio e degli oggetti non si scorgerà alcuna deformità, e pure se si disegnassero sulla superficie del vetro tutti i dintorni di ciò che vediamo per i raggi riflessi, si troverebbero le stesse mostruose degradazioni nelle parti del disegno; ma essendo perfetta la prospettiva aerea, non lascia alcun senso della parete, e però i dintorni che si formano sopra di essa non ponno produrre alcun spiacevole effetto nella nostra immaginazione. Se dunque ne' casi predetti è tanto difficile l' appagare i riguardanti, dovrà un prudente pittore astenersene, e impiegare la sua arte in ciò che a lui promette una più felice riuscita.

8. Possono però le circostanze essere tali che sia impossibile l' osservare il precetto dato dai prospettivi; come se avesse il pittore a dipingere sopra un muro, da cui non potesse per l' angustia del luogo allontanarsi l' occhio tanto, che la distanza superasse o la larghezza o l' altezza della parete. Ridotti i pittori a questa

necessità, per l'abuso che si fa di quest'arte, come da principio si è detto, hanno risoluto, messi a calcolo gl' inconvenienti, di evitare il maggiore. Hanno formato i loro disegni, prendendo un punto di veduta assai lontano dalla parete, non ostante che sia impossibile all' occhio il prendere quella situazione, e così si assicurarono che le parti del disegno acquistano tali proporzioni che poco si scostano da quelle delle vere grandezze; onde se non ponno dilettare con un quadro di perfetta prospettiva, potranno almeno sperare di risvegliare, se non tutto, almeno in parte, quel piacere che tutti provano nel vedere un disegno che fosse fatto geometricamente, cioè senza le degradazioni della prospettiva; e dall' altra parte sono sicuri di evitare quelle enormi trasformazioni che nascono per la troppa vicinanza dell' occhio, le quali, posto ancora che per l'ottima esecuzione della prospettiva aerea non riuscissero deformi a chi stesse sul preciso punto di veduta, diverrebbero poi insoffribili per poco che l' occhio se ne allontanasse. Nè meno sarà in arbitrio del pittore il regolare il punto di veduta, trattandosi di una soffitta o di una volta; e in tal caso se la parete riuscisse troppo vicina, e il ripiego, che abbiamo detto, non si credesse opportuno per diversi riflessi che ora per brevità si tralasciano, quando al pittore fosse conceduta la scelta dell' argomento, potrebbe dividere la soffitta in quel numero di parti che a lui piacesse, e farne come un quadro di ciascheduna. A questo modo si regolò il famoso Tibaldi nel dipingere il volto

della camera che nel palazzo dello Instituto serve ai pittori di residenza nelle loro adunanze. Un altro ripiego sarebbe quello di restringere lo spazio per l'argomento che si vuole trattare, col far comparire la soffitta più alta con quell'artifizio che abbiamo spiegato nella Sezione ottava, e ciò gioverebbe ancora per dare un sesto migliore alla camera che fosse troppo bassa. Quanto sia difficile l'appagare la vista, quando l'occhio, per essere troppo vicino alla parete, ne vegga le parti estreme molto obbliquamente, l'abbiamo poc'anzi dimostrato. Avvertiremo ora che la deformità cresce a dismisura, scostandosi l'occhio dal punto di veduta, e più o meno si manifesta dipendentemente dalla natura degli oggetti che si rappresentano. Essendo il dipinto di quadratura che finga bassi rilievi, rabeschi e fogliami, le quali cose non esigono una precisa proporzione nè una determinata collocazione, sebbene acquistassero altre apparenze per l'allontanamento dell'occhio dal punto di veduta, non per questo apparirebbero deformi; e ciò è tanto vero, che chi dipinge cose tali, non si crede in debito di regolare i disegni, almeno a parte a parte, colla prospettiva; ma se la soffitta presenta all'occhio uno o più ordini d'architettura con pilastri e colonne, per poco che l'occhio si scosti o a destra o a sinistra dal punto di veduta, nasce tosto una confusione tale, che tutto sembra rovina e disordine. Chi sente molestia per questo sconcerto d'idee, non approverà che il pittore scelga da rappresentare quegli oggetti che riercano in un sol punto della

camera, e negli altri offendono la fantasia. Altri poi saranno così amanti della semplicità, e di un perfetto accordo fra gli oggetti, che sembrerà loro che ripugni il vedere sopra quattro muri ornati di tappezzerie e di specchi un portico, un anfiteatro, o altri edificii di questo genere, e pretenderanno che il pittore s'appigli ad un oggetto il quale piacesse, quando anche ciò che è finto, fosse vero.

9. Oltre alla scelta degli oggetti, ed alla conveniente situazione dell'occhio, deve procurare il pittore che ciò che è dipinto, abbia, per quanto si può, tutti que' caratteri che accompagnano il vero; onde quelli che fanno le figure o troppo grandi o troppo piccole, quali non sogliono prodursi dalla natura, trasgrediscono alle leggi della imitazione. Per riguardo a ciò, si dovrà stabilire non doversi mai dipingere le figure più grandi della statura di un uomo, perchè supponendosi l'oggetto sempre di là del quadro, la sua immagine nel piano della parete sarà sempre minore dell' oggetto. Perchè però col crescere la distanza di esso dalla parete, si può quanto si vuole impiccolire la immagine, sarà lecito formar le figure di qualsivoglia piccolezza, purchè però s'abbia riguardo, che essendo esse assai distanti, le parti loro più minute si perderanno, e altre non si lascieranno vedere con distinzione; onde chi per esprimere un uomo facesse una figura piccolissima e così distinta in tutte le sue parti, come sogliono vedersi gli oggetti vicini, allora quella distinzione farebbe concepire l'oggetto vicino ed insieme il farebbe

concepire assai piccolo. Si potrebbe al più concedere qualche licenza al pittore, quando il soggetto fosse di favole, essendo lo stesso privilegio accordato ai poeti; ma in alcuni soggetti non si può permettere il fingere; e se uno vorrà rappresentare la morte di Cesare, e far sì che paia a ciascuno di vedere quell' azione, o vorrà trattare argomenti assai più rispettabili, come gli Apostoli nel Cenacolo, non è lecito supporli o giganti o pigmei.

10. Preveggo già che molti non si lascieranno persuadere da un tal discorso, e crederanno che appunto per quel naturale abborrimento che ognuno ha di vedere alterata la grandezza degli oggetti da quella misura che ha voluto loro prescrivere la natura, debbano i pittori che dipingono sopra una parete molto lontana all' occhio, come nel volto di una chiesa, prendere misure assai vantaggiose, affinchè l' occhio veda il dipinto conforme al naturale; perchè se si facesse altrimente, riuscirebbero troppo piccole le figure, e talvolta se ne perderebbe affatto la vista. Prima di decidere su questo punto, parmi che si debba esaminare e la intenzione del pittore, e l' argomento che si vuol trattare; imperocchè, se ciò che si vuole rappresentare, non è soggetto a finzione di favole, e se il pittore vuole e deve far comparire le figure in quello stesso luogo ove è il muro su cui si dipinge, siccome gli oggetti colà trasportati apparirebbero piccoli per cagione della distanza, non dovrà parer strano che abbiano a vedersi piccole ancora le figure dipinte, se si pretende che esse sieno al vero

conformi. Se poi ciò che si rappresenta non ha alcuna necessità di luogo, così che non disconvenga che esso apparisca vicino all'occhio, allora il pittore potrà avere in vista quel secondo genere di prospettiva di cui abbiamo parlato nella seconda e terza Sezione, e che suppone l'oggetto tra l' occhio e la parete. Secondo questa maniera di rappresentare le cose, non solo dovrà il pittore far le figure più grandi del vero, ma dovrà in oltre procurare con ogni diligenza che il colorito riesca assai vivo e caricato, affinchè i raggi che da esso si tramandano all'occhio, vi giungano con quella forza con cui vi giungerebbono se partissero da un oggetto vicino. Allora parerà ad ognuno che contempli il dipinto, di vedere l'oggetto a minor distanza di quella della parete, e sarà principalmente d' aiuto a un tale inganno l' apparente naturale grandezza delle figure. Quando anche fosse facile al pittore l'ottenere l' intento, non so se fosse sempre lodevole una tale intrapresa, massimamente se la pittura si frapponesse tra gli ornamenti di architettura; poichè essendo particolare pregio di questa il far comparire più ampio e più grandioso un edificio, se la pittura accosta gli oggetti, non potrà l' una delle due arti vincere nella nostra fantasia, senza pregiudicio dell' altra. Per una simile ragione, non sarei lontano dal credere che l' accoppiare le statue cogli ornamenti di architettura giovi bensì a rendere gentile, ma non grandioso un edificio. Imperocchè se nel punto ove trova comodo lo spettatore di fermarsi a contemplare la facciata o di un tempio

o di un palagio, vede le statue di quella grandezza che appaga la vista, cioè conforme al naturale, faranno esse impressione tale nell'animo, come se si guardasse ad un oggetto vicino; e questa diminuzione della distanza coopera in qualche modo a impiccolire l'edificio, mentre gli ornamenti di architettura vorrebbono anzi produrre un effetto tutto contrario.

11. Sebbene sieno per parere inutili a molti le questioni di questo genere, non dobbiamo però ometterne una che trattano i prospettivi. Cercano essi una regola che insegni la vera grandezza che conviene ad una statua che debba collocarsi o in cima di una colonna o di qualche edificio, affinchè essa comparisca della grandezza naturale, oppure di quella grandezza che mostrerebbe una statua posta a' piedi dell' edificio. Insegna il Serlio, e prima di lui il Durero, che stabilito il punto, in cui si fa conto che si fermi chi vuole contemplare comodamente l' edificio, si misuri l' angolo, sotto cui apparirebbe un uomo, o la statua posta a' piedi dell' edificio, e poi si cerchi di quale lunghezza sia una linea che in cima all' edificio sottenda lo stesso angolo, e sono persuasi quella dovere essere l' altezza conveniente alla statua. Io veramente dubito che una regola tale possa sempre valere, supponendo essa che il giudicio che si fa intorno alle grandezze, non da altro dipenda che dall' angolo; e pure se l' oggetto che vediamo sia posto in serie con altri oggetti, forse l' angolo non ha la maggior parte nel giudicio che si forma. Sembra

che tutti abbiamo stabilita una idea della grandezza di quegli oggetti che la natura produr suole presso a poco della stessa grandezza, del qual genere sono gli uomini e gli animali di ciascuna specie. Perciò dirà taluno, io veggo quel tale oggetto della grandezza di un uomo, e questa asserzione si farà non solo di un oggetto vicino, ma ancora di un lontano che s'alzi sopra il suolo, sia questo o non sia orizzontale, e si dirà ancora quando manchi la interposizione del suolo; come per esempio avendo alcuno osservato una piccola nube, e volendo indicarne la grandezza, dirà, essa mi appariva della grandezza di un uomo. Questa misura, a cui non abbiamo difficoltà di riferire le grandezze degli oggetti, in qual modo dovrà prendersi? mentre se un uomo alto piedi quattro e mezzo sarà distante dieci piedi, il vedremo sotto un angolo incirca di gradi venticinque, ed essendo lontano cento piedi, sottenderà un angolo che non oltrepassa due gradi e mezzo. Ora chi vede in cielo una nuvola, e la giudica della grandezza di un uomo, giacchè nella nuvola non si può tener conto che dell' angolo, a motivo che manca la interposizione d'altri oggetti, e con questa la idea della distanza, a quale angolo si farà il rapporto fra quelli, sotto i quali siamo soliti di veder gli uomini? Prima di decidere la questione proposta dai prospettivi, parerebbe necessario stabilire come su questo punto si regoli la nostra immaginazione. Queste cose non sono tanto aliene da qualunque esperimento, che non se ne possa per questo mezzo ricavar

qualche lume. Conviene riflettere, che essendo un oggetto vicinissimo a chi lo riguarda, se sottende un angolo assai grande, non può esser veduto tutto con distinzione in una sola occhiata; perchè sebbene la potenza visiva si estenda ad un angolo maggiore di gradi novanta, si rendono però le parti più confuse, secondo che esse più si scostano dal punto di mezzo; e per lo contrario la troppa lontananza dell' oggetto dall' occhio non lascia vedere l' oggetto con distinzione, perdendosi le parti più piccole. Per la qual cosa chi vorrà osservare un uomo, e conoscere comodamente la relazione che hanno le parti fra loro, cercherà quella distanza nè tanto piccola, che l' uomo non possa vedersi tutto in una sola occhiata, nè tanto grande, per cui si perda la distinzione delle parti. Quell' angolo, sotto cui si vede allora l' oggetto, oppure quella grandezza della immagine che allora si forma dentro dell' occhio sulla retina, resterà forse talmente impressa nell' animo, che servirà di misura per gli oggetti lontani. Per far prova se questa mia conghiettura s'accordi colla pratica, ho procurato che mi sieno indicate due stelle, che per stima di chi le osservava avessero quella distanza fra loro che sembrasse eguagliare la statura ordinaria di un uomo. Furono scelte due stelle alquanto alte sopra l' orizzonte, acciocchè la interposizione de' corpi terrestri non avesse alcuna parte nel giudicio. Que' medesimi che aveano osservato le stelle furono parimente giudici della distanza, che ad essi riusciva comoda di scegliere per vedere

distintamente un uomo, e per conoscere in una occhiata il rapporto delle sue parti. Non era da aspettarsi un perfetto accordo tra tutti questi giudicii; pure non è tale il divario, per cui non sia lecito il conchiudere che l'intervallo fra le stelle, espresso in gradi di un circolo massimo condotto per esse, si trovi appunto eguale alla misura dell'angolo, sotto cui l'uomo appariva in quella distanza che era stata scelta per la più comoda, ad arbitrio dell'osservatore. Prendendosi una misura di mezzo fra tutti i risultati, si trova l'angolo fra gli otto e i nove gradi. Dopo queste riflessioni pare che la grandezza conveniente ad una statua da collocarsi in un dato luogo, debba dipendere dalle circostanze del luogo stesso. Imperocchè se fosse tale che la vicinanza o la interposizione d'altri oggetti non concorresse a quel giudicio che noi formiamo trovandoci nel punto stabilito di veduta, crederei allora che la grandezza si dovesse regolare dipendentemente da un angolo fra gli otto o i nove gradi; ma quando vi sia la interposizione e il confronto d'altri oggetti, non si può dare una regola generale per tutti i casi, finchè sia a noi ignoto il modo con cui gli oggetti interposti agiscono nella nostra fantasia; e il metodo più sicuro sarà sempre quello di osservare ciò che succede in altri casi simili, o di far qualche prova, quando le circostanze lo permetteranno. Se si trattasse di collocare una statua in fondo ad un portico, perchè la serie delle colonne e dei pilastri che accompagnano la vista hanno parte nel giudicio, crederei che

allora si dovesse o poco o nulla eccedere dalla naturale grandezza, quando si pretendesse che essa comparisse della statura ordinaria di un uomo. Volendosi adornare la facciata di un edificio con nicchie, e con statue dal piede fino alla cima, penso che tutte dovessero essere della stessa grandezza, perchè sebbene andando in su s'impiccolisca l'angolo, sotto cui appariscono, pure gioverà la serie e il confronto a farle conoscere eguali. Forse per questa ragione non concede Vitruvio che si dia alcuno accrescimento, per cagione dell'ottica, agli ordini superiori di architettura nell'eseguire una fabbrica, acciò essi sieno veduti nella loro giusta proporzione, bastando solo che s'abbia riguardo a ciò che esige il risalto delle cornici, coll'aggiungere d'altezza quanto esse coprono. Dirò finalmente che per stabilire la conveniente grandezza di una statua da collocarsi sopra una colonna, conviene aver riguardo alla ampiezza del luogo, all'altezza degli edificii posti all'intorno, e forse ancora alla mole della colonna; massimamente quando fosse il luogo aperto da ogni parte; perchè sebbene le colonne non sieno di quegli oggetti che abbiano una determinata e costante misura, pure non siamo soliti d'immaginarle d'una sterminata grandezza, e molto meno saremmo disposti a crederle tali, vedendole destinate unicamente a sostenere una piccola statua.

12. È stata sempre difficile cosa l'intendere quali modificazioni sieno per ricevere le nostre idee dalle cause esterne, e però non è maraviglia se le ricerche fatte restino piene

d' incertezza e d' oscurità. Se i nostri studi saranno al solo fine indirizzati di scoprire come si trasformino sulla parete gli oggetti visibili, trattandosi allora di semplici grandezze, considerate come sono in se stesse, si avrà un metodo sicuro per dirigere le operazioni, e quanto risulta da queste, resterà comprovato con evidenza. Saranno soggetti ad errare quei soli che pensano di avere in capo le regole di prospettiva senza averle studiate. In somma per star sul sicuro, e per non lasciarsi ingannare da certe false apparenze, dovrà il pittore, che si dispone a dipingere un quadro, consigliarsi prima colla prospettiva, e formare un disegno, regolando le piante, le grandezze delle figure e degli altri oggetti coi metodi che abbiamo spiegato. Ciò che crediamo opportuno qui di aggiungere, riguarda il modo di proporzionare la distanza dell' occhio colla grandezza del quadro; perchè sebbene non possa da ciò derivare alcun pregiudicio alla prospettiva lineare, s' incontrerebbero forse altri inconvenienti, a' quali è soggetta la pratica. Ma prima siami permesso di fare alcune riflessioni che giova premettere a quanto mi sono proposto di dire.

13. Nella pittura egualmente che nella poesia drammatica si deve osservare l' unità della azione, del luogo e del tempo. Se l' azione non fosse una, la mente verrebbe distratta da più soggetti che tutti insieme non potrebbe comprendere, e volendo pure comprenderli, sarebbe forzata a meditarne uno per volta, così che applicandosi in ciascun momento a considerare una sola azione, separerebbe in più parti

il quadro, e d'uno ne farebbe molti, la qual divisione pare piuttosto che appartenesse al-l'autore. Sarà pure conveniente che tutto ciò che è nel quadro, o abbia parte nell'azione, o qualche rapporto ad essa, e che tutto sia proporzionato al decoro del soggetto che si rappresenta; non altrimente che nelle tragedie e nelle commedie, nelle quali tutto deve riferirsi alla favola; e siccome in esse vi è il protagonista, intorno a cui si aggira tutta la tragedia o commedia; così nelle pitture si dovrà mettere in maggior vista quella figura che rappresenta il principale personaggio del quadro, e che, per così dire, dà moto e azione agli altri. Tutto ciò appartiene alla invenzione, non alla prospettiva, onde mi basta di averlo brevemente accennato.

14. Sarà più facile il dimostrare convenire alla pittura l'unità del luogo, di quello che sia facile ai poeti il dimostrarlo per le loro tragedie o commedie. In fatti se colla pittura si cerca di rappresentare un luogo che un occhio vede o può vedere tutto in una volta, non sarà possibile contravvenire a questo precetto, perchè chi nel-l'operare si abbandonerà alle regole di prospettiva, soddisferà al precetto senza avvedersene. Questo sì che bisogna, che il pittore finga un luogo che si adatti all'azione, e non faccia vedere in un tempio i giuochi dei gladiatori; o in una sala di un palagio il consiglio degli Dei.

15. Più facile ancora sarà il dimostrare che l'unità del tempo conviene alla pittura in un senso assai più ristretto, di quello che s'intenda

per le commedie e per le tragedie. Imperocchè non potendo l'occhio vedere in qualunque istante se non quello appunto che allora succede, applicandosi a contemplare un quadro, se ciò che è finto, dee parer vero, bisogna che le figure si trovino tutte nella azione di un medesimo istante; e certamente chi riconoscesse diversità di tempo, rimarrebbe da tal vista offeso e disgustato. Per questa unità di tempo si rende manifesto dovere essere il quadro di una mediocre grandezza, affinchè l'occhio il veda tutto in una volta, e goda ad un tempo di quella corrispondenza che hanno tra loro le figure esprimenti l'azione di un medesimo istante. Ma gli uomini non hanno mai saputo contenersi dentro a certe misure; ed hanno forse creduto, in ciò che chiamasi bello, buono e dilettevole, di accrescere il piacere coll'aumentare il soggetto da cui esso deriva; e pure succede per lo più tutto il contrario, dovendo le cose avere una certa proporzione con i sensi dell'uomo, per cui sono fatte. Se vi è arte al mondo che sembri nata unicamente per servire al piacere, essa è la musica, e questa pure ha sofferto non poco danno, che poichè i moderni hanno voluto unire e concertare molte voci insieme, le hanno fatto perdere quella perfetta armonia che con tanto studio fu ricercata dai Greci, per ricuperare la quale non vi sarebbe altro mezzo che restituire alla musica l'antica sua semplicità. Senza però cercare argomenti da quelle cose che niun rapporto hanno colla prospettiva, chi non vede che l'architettura, quando

sia impiegata ad innalzare fabbriche di una sterminata grandezza, serve piuttosto all'ambizione che al piacere, la quale ambizione sembrami affatto vana, se rivolgo il pensiere a quelli immensi palagi, ove l'uomo che ne è signore, e che non può ingrandire se stesso, vi si perde per la sua piccolezza, e vi fa, per così dire, una trista e miserabile figura. Lasciando da parte qualunque altro motivo che induce gli uomini a costruire grandi gli edificii, parmi che, per conto del piacere che si ha in vederli, sieno in parte inutili, se oltrepassano quelle grandezze che i nostri sensi ponno comprendere. Tutti convengono che la famosa Basilica di S. Pietro di Roma non apparisce all'occhio così vasta come è; onde bisogna confessare che per conto del piacere che si ha in vederla, quel di più che è nel vero oltre all'apparente, sia superfluo. Nè vale, a mio credere, il dire che reca piacere il sapersi, come si sa da ognuno, che la grandezza vera oltrepassa l'apparente; perchè chi prima di vedere quella gran mole, avendo ricevuta notizia della sua estensione, non per tanto provava egli alcun senso di piacere, come potrà provarlo poi nel vederla, se non ne vede la sua grandezza? Io per me rimarrei più pago, se una fabbrica, di qualunque genere ella sia, mi comparisse maggiore del vero, perchè allora, in vece di applaudire al numero delle pietre e dei marmi che la compongono, sarei tenuto a fare applauso allo ingegno e all'arte maravigliosa dell'architettura. Giacchè dunque non si aumenta

il piacere coll' ingrandire gli oggetti, non è da dubitare che non s' abbiano ancora ad assegnare certi limiti, entro i quali debba il pittore contenersi nelle misure de' suoi quadri. In fatti se si vuole profittare di que' vantaggi che dalla unità dell'azione, del luogo e del tempo derivano, sarà necessario che il quadro sia di tale grandezza, che l'occhio nel punto della distanza il veda tutto in una volta con distinzione.

16. Stabilita questa massima, mi sono posto a ricercare in una certa distanza dell' occhio da un piano quanta parte di esso si veda con distinzione. Prendendo la cosa con sommo rigore, e riguardando per centro quel punto a cui si tenea fisso l' occhio, ho giudicato che veggasi distinto solamente un circolo che sottenda un angolo di due gradi incirca. Per verità, che una tale misura sarebbe troppo angusta per regolarsi nelle grandezze de' quadri; e dall'altra parte sarebbe troppo ampia quella che danno alcuni ottici di gradi novanta; imperocchè sebbene la potenza visiva si estenda in qualche modo a tutto ciò che si contiene dentro un tal angolo, pure perchè le parti estreme rimangono oltre modo confuse, nè sopra di esse si può formare alcun giudicio, possiamo far conto di non vederle. Poichè però diversi sono i gradi di distinzione che convengono agli oggetti, secondo che essi più si avvicinano al centro del detto angolo, prima di stabilire alcuna misura sarebbe necessario convenire nel grado di distinzione che si pretende. Alcuni autori condotti dal raziocinio più che dalla esperienza, e ingannati da quella opinione

che allora correa intorno alla struttura dell' occhio, paragonando la grandezza della pupilla colla distanza di essa dal fondo dell' occhio, hanno giudicato che tutti gli oggetti compresi dentro un angolo di gradi sessanta sieno veduti con distinzione. Altri, senza credersi in debito di assegnare alcuna ragione, hanno trovato comodo il prendere una distanza dal quadro che sia in ragione sesquialtera col diametro di esso, cioè tale distanza che stia al diametro come 3 a 2, la quale proporzione cagiona un angolo incirca di gradi trentasei. E perchè ad altri è piaciuto un angolo ancor più piccolo, si sono serviti di una distanza doppia del diametro. Per alcune prove che ho fatto, concorrerei più tosto col sentimento di quelli che si appigliano ad una maggior distanza, e mi piacerebbe che essa fosse per lo meno tripla del diametro; dal che ne risulta un angolo di gradi diciotto. Dentro lo spazio che comprende un tal angolo appariscono gli oggetti in modo, che si può nel medesimo tempo formar giudicio dell' azione di ciascuno; e sebbene non si ottenga una somma distinzione nelle parti più lontane dal centro, pure per non essere in ciò troppo rigorosi, basta riflettere che per poco che l' occhio si aggiri, scorrerà sopra il quadro con tanta prestezza, che gli sembrerà di veder tutto distintamente in un medesimo istante. Chiunque troverà ragionevole la grandezza dell' angolo che abbiamo assegnata, nel che certamente resta qualche arbitrio, data che sia la larghezza o la lunghezza del quadro, non dovrà mai prendere la distanza dell' occhio più

piccola di quella che colla data misura cagionerebbe un angolo di gradi diciotto; bensì avrà la libertà di prenderla maggiore. Essendo la distanza minima, che si può concedere per il punto di veduta, proporzionata alla larghezza o lunghezza del quadro, ne segue doversi un pittore astenere dal far quadri molto grandi, perchè la loro grandezza obbligherebbe la distanza ad essere tanta, che l'occhio diverrebbe incapace di discernere quello che il pittore avesse espresso sulla tela. Egli è dunque manifesto esservi certi limiti che bisogna osservare sì per la grandezza del quadro, come ancora per la distanza dell' occhio.

17. Pare una massima comunemente accettata, che per vedere comodamente un quadro disegnato colle regole di prospettiva, e per riconoscere nelle immagini quella proporzione che si vedrebbe negli oggetti, non solo sia necessario, come altrove si è detto, che l'occhio si fermi nel punto di veduta, ma in oltre che l' occhio stia rivolto al punto principale, cioè che l' asse ottico si adatti colla linea del raggio principale. Posta questa necessità, ne verrebbe che l' angolo della visione distinta, che abbiamo definito di gradi diciotto, dovesse computarsi tutto intiero solamente quando il punto principale cadesse nel mezzo del quadro; perchè se le circostanze obbligassero di prendere il detto punto da una parte, come per esempio nella linea terminatrice del quadro, allora converrebbe valersi di un angolo di gradi nove, giacchè abbiamo posto il confine in quel grado di distinzione che si ha ad una distanza

dal punto principale, che di quà e di là sia veduta sotto il predetto angolo di gradi nove. Veramente io confesso di non conoscere alcuna necessità per cui l'occhio debba stare rivolto al punto principale, parendomi che basti per non sconcertare le idee, che stia l'occhio nel punto di veduta; anzi non ho difficoltà di asserire che la direzione più vantaggiosa dell'asse ottico sia sempre quella che incontra il mezzo del quadro. In fatti se io prendo l'occhio come un punto, la quale supposizione sebbene lontana dal vero, è però quella che ammettono tutti i prospettivi, e che non può produrre alcuna sensibile alterazione nelle apparenze degli oggetti; e se le piramidi fatte dalle linee visuali si conservano le stesse per qualunque direzione dell'asse ottico, nè meno dovranno cangiarsi, o in menoma parte alterarsi le sezioni che si fanno dalla parete; con che si mostra rimanere sempre intatta la prospettiva. Esaminando io su quale fondamento sia nato un tale pregiudicio, non saprei riconoscere altra cagione se non quella che a noi somministrano i pittori qualunque volta ritraggono dal vero. Avendo essi l'oggetto dinanzi agli occhi, non hanno bisogno di condur linee colle regole di prospettiva, ma il giudicio dell'occhio serve di regola; e dovendo trasportare tutti i punti dell'oggetto altri più, altri meno lontani dall'occhio alla stessa piana superficie, è d'uopo che fingano una parete, a cui riferiscano i punti dell'oggetto, e come gli hanno poi immaginati nella ideata parete formano il disegno sulla carta o sopra il quadro. La parete che fingono tra

l'occhio e l'oggetto naturalmente si prende come perpendicolare all'asse ottico, ovunque sia questo indirizzato; perchè se si volesse immaginare una differente situazione, non basterebbe il giudicio dell'occhio per formare il disegno, ma converrebbe esaminare e tener conto dell'effetto che cagionasse la supposta inclinazione della ideata parete. Non altro, credo, intende di dire Leonardo da Vinci, quando al capo XXV si esprime nel segnente modo: *E farai, quando tu ritrai, o che tu movi alcun principio di linea, che tu guardi per tutto il corpo che ritrai, qualunque cosa si scontra per la dirittura della principal linea.* Questa pratica invece di stabilire la massima che abbiamo detta, dovrebbe più tosto farci avvertiti che chi ritrae dal vero, riferisce gli oggetti ad una parete non piana, ma sferica, che ha l'occhio per centro. Imperocchè se s'immagina il piano di essa sempre perpendicolare all'asse ottico, il quale s'indirizza ora ad un punto, ora ad un altro dell'oggetto, è forza che la parete vada cangiando situazione secondo le tangenti di una sfera, e che essa diventi una superficie sferica. Allora tanti essendo i punti principali quante sono le pareti piane, le quali sono infinite, da qualunque parte sia rivolto l'occhio, si troverà sempre l'asse di lui nella direzione del raggio principale. Perchè poi i disegni si fanno attualmente in una superficie piana, dovrebbero essi discordare dalle giuste apparenze quanto importa lo trasportare, come si fa, le immagini dallo sferico al piano; la qual differenza sarà piccolissima, e forse insensibile, quando piccolo

sia l'angolo, entro cui resta compreso l'oggetto che si ritrae. Chi desiderasse conoscere colla pratica una tale differenza, disegni prima un oggetto dal vero, e poi disegni lo stesso oggetto col vetro ottico, disponendo le cose in modo che il contorno cada alquanto lungi dal punto principale, e vedrà che la forma che acquista sul vetro l'oggetto non sarà affatto simile a quella che si era ottenuta col primo disegno. Non si può mettere in dubbio la fedeltà del vetro ottico, quando non si voglia rinunciare affatto alla natura della prospettiva; onde converrà dire che sia fallace il metodo di disegnare diversi oggetti dal vero per trasportarli poi sulla stessa parete. Non è però da condannarsi questa pratica cotanto utile e necessaria per altri riguardi, purchè s'abbia l'avvertenza che gli oggetti restino compresi dentro un piccolo angolo, mentre allora non potrà nascere, come abbiamo detto, una differenza sensibile nella prospettiva che si vuole sulla stessa parete. Da tutto ciò si conferma la utilità, o più tosto la necessità di regolare la distanza dell'occhio in modo che il quadro sottenda un piccolo angolo.

18. Quando si vogliono stabilire regole per ben operare, si considera l'obbietto dell'arte, e il suo fine, e si prende di mira la perfezione, senza cui sarebbero troppo vaghe e incerte le regole. E per verità se i raziocinii che abbiamo fatto sono giusti, non potrà dirsi perfetta quell'opera a cui manchi qualcuna delle prerogative che abbiamo dimostrato convenirle; ma non per questo dovrà riputarsi degna di

disprezio: imperocchè dipendendo la bellezza di una pittura da mille altre prerogative, potrebbero queste esservi in un grado così eccellente, che per esse sole meritasse grandissima stima. Confesso bensì di non soffrire con indifferenza che certe regole, s' abbiano a riguardar come vane, e da lasciar agl' ingegni speculativi, e che dica taluno, troppo vi vorrebbe a tener dietro a tanti precetti; a me basta di piacere, che importa poi s' abbia o non abbia soddisfatto alle regole. Forse senza di esse sarà difficile piacere quanto si vorrebbe; ma concediamo pure che l' esperienza abbia fatto vedere il contrario; io domando, qualora un pittore insegna a' giovani studenti, e dice loro quello scorcio non è naturale, quel contorno non è giusto, quelle ombre non sono intese; che altro sono questi insegnamenti, se non precetti dedotti da quel principio, che la pittura sia una imitazione del vero, senza di che niuna forza avrebbero i loro insegnamenti. Non parmi fuor di proposito il riferire in questo luogo ciò che disse il Tiarini in occasione che Guido Reni il pregò del parer suo sopra un quadro che di già avea terminato. Scoperse il Tiarini un errore di prospettiva. Guido volendo pure addurre qualche scusa per non correggerlo, altro non seppe rispondere, se non essere tale l' errore, che per emendarlo, sarebbe stato necessario guastare tutto il dipinto. Replicò allora il Tiarini, già l' errore fa quello che voi far non volete. Ma ritornando alla difficoltà maggiore che s' incontrerebbe nell' operare, qualora si volesse tener dietro a tutte le

regole della prospettiva, è facile il rispondere non essere questa una prova della insussistenza delle regole. Che poi senza di esse restino abbastanza appagati i riguardanti, bisogna esaminare se ciò succeda per la perfezione dell'opera, o per difetto di chi si fa giudice. Quante pitture abbagliano la vista di molti per la sola vaghezza de' colori, i quali ben considerati saranno il più delle volte indecenti al soggetto; e pure per essi si rinuncia alla esattezza del disegno, alla scelta e alla invenzione. Succede nelle cose di semplice gusto una enorme disparità di opinioni, la quale però regnerebbe per tutto, ove ha luogo il nostro giudicio, se in molti casi l'esperienza non mostrasse ciò che merita la preferenza. Due macchine inventate ad un medesimo fine darebbero occasione a molte dispute, se la prova non decidesse tosto del valore di ciascheduna. Quanti critici non deriderebbono i precetti ragionati che danno gli architetti militari per fortificare un luogo, se non mostrasse la esperienza, che i precetti non sono vani. Pur non ostante siamo ancora soggetti ad essere ingannati dalla stessa esperienza; e forse sarà avvenuto più d'una volta che ad una fortificazione male intesa e peggio eseguita avrà dato credito un assalitore che non sapea l'arte di offendere. Trattandosi della pittura e d'altre cose di questo genere, nelle quali non ha luogo l'esperimento, per convincere quelli che non sanno, e che non vogliono ascoltar la ragione, non credo vi potesse essere mezzo migliore di quello di sottoporre ai loro occhi un confronto, quando

fosse possibile di ciò fare; perchè allora vedendo essi lo stesso soggetto eseguito da un Rafaello, o da un Lodovico Caracci, sarebbe difficile che non aprissero gli occhi a un tanto lume.

19. Chiunque resterà persuaso essere molto importante lo studio di prospettiva per ben dipingere figure, non è poi da domandare se sia per crederlo sommamente necessario per ben eseguire i disegni d' architettura. E per verità essendo tanto più facile nelle operazioni di questo genere il mettere in pratica le regole esposte, non parmi che sieno degni di scusa quelli che le trascurano concedendo un' ampia libertà al loro capriccio, per cui non hanno difficoltà di accoppiare insieme in un quadro tante cose che non potrebbero in alcun modo sussistere, nè essere vedute fuor che dipinte. Quante volte nelle pitture di questo genere si osservano diverse serie di colonne e d' archi che sfuggono da ogni parte, e a qualunque angolo fra di loro, così che l' occhio a tenervi dietro si confonde e si perde come in un labirinto. Il volgo, che suole ammirar più quanto meno intende, fa applauso alla fertilità delle idee; ma se considerasse le cose con riflessione, s' accorgerebbe che il pittore è stato fertile nel commettere errori. Anzi essendo più facile a chi ha molte idee il trovarne una che non repugni al vero, e quella scegliere che sia confacente al soggetto; la pessima scelta che fanno alcuni, invece di abbondanza, mostra la loro povertà. Chi prima di dar mano al lavoro formasse la pianta degli oggetti, non

potrebbe incorrere in questi disordini, e allora l'occhio nel riguardare la pittura resterebbe appagato, e troverebbe per concepire le cose la stessa facilità che trova nel riguardare il vero. Nè in questo genere di pittura si dovrà temere che la imitazione riesca troppo perfetta; perchè se si rappresenteranno oggetti che sieno belli per se stessi, quando ancora si perdesse il piacere della imitazione, rimarrebbe quello di vedere gli oggetti, il quale anzi parmi che crescerebbe vie più allo scemare, o perdersi dell'altro, se pure in ciò è lecito di seguire alcuna proporzione. Giacchè il discorso mi ha ricondotto di nuovo alla imitazione, noterò brevemente, che quantunque essa sia lo scopo principale a cui tendono le belle arti; a queste però conviene in un modo differente. Nella scultura essendo facile che il finto paia vero, bisogna che resti nelle statue un certo carattere, per cui l'animo le distingua senza fatica dal vero, e però si tralasciano le tinte e i colori. Per questa mancanza non perde l'opera di pregio, perchè manca ad una compita imitazione quella parte che sarebbe la più facile ad eseguirsi. I pittori di figure non abbisognano di alcun artificio per far conoscere la imitazione; anzi essendo questa molto difficile, o più tosto impossibile da ottenersi per le ragioni dette di sopra, sarebbe per essi un delitto, se non tenessero dietro a tutto quello che ostenta il vero. Migliore è la condizione di quelli che dipingono prospettive, a' quali è permesso di portar oltre la imitazione quanto mai possono, quando anche fosse per riuscire perfettissima, purchè

però facciano scelta d'oggetti, che piacciano per loro stessi: e in vero se una architettura del Palladio reca diletto, non è da dubitare che non abbia a piacere se sarà dipinta in modo che paia vera. Dal che si conosce quanto importi per dilettare la bellezza degli oggetti: e giacchè queste belle arti si propongono per loro fine il piacere, l'impegno dei pittori non sarà solo d'imitar il vero, ma ancora di scegliere quel vero che per sua natural bellezza rechi diletto. Per la qual cosa se avessi a definire la pittura, la chiamerei un'arte di movere l'animo al piacere colla scelta, e colla imitazione del vero: e in fatti se gli oggetti fossero vili e di niun conto si correrebbe pericolo, cercando la perfezione nell'imitarli, d'impiegare l'ingegno senza alcun frutto.

20. Per ben scegliere, come si è detto, sarebbe necessario conoscere ciò che sia la bellezza. Molti filosofi hanno rivolti i loro studi a indagarne i principii, ma non so poi quanto abbiano colle sottili loro ricerche contribuito a perfezionare le belle arti. Alcuni hanno creduto, che siccome un senso ci fa giudicare del sapore dei cibi, e un altro senso dell'armonia dei suoni, così vi sia un senso in noi, per cui si formi giudicio della bellezza; ma non essendo uniforme in tutti un tal sentimento, come l'esperienza il dimostra, non sarà possibile lo stabilire alcuna regola generale per decidere della bellezza degli oggetti. Altri sono di parere che la bellezza dipenda da certe proporzioni facili a concepirsi, come quelle che si osservano nei tuoni e nelle consonanze della

musica. Una tale opinione non sembrami affatto dispregievole, come ad alcuni è paruto: parmi bensì essere difficile cosa lo stabilire alcuna regola su tale fondamento; e quelli stessi che l'hanno approvato, indarno poi si sono affaticati per rintracciare le dette proporzioni in tutto ciò che essi riguardano come bello. Altri, non riconoscendo nella bellezza che un nome, pretendono che il piacere che noi proviamo nel vedere gli oggetti, derivi dalla sola utilità, così che piacciano e sieno belle a noi quelle cose che sembrano meglio costrutte per quelle funzioni, e a quel fine a cui sono destinate. Lasciando ora da parte che due differenti idee del bello e dell'utile non s'abbiano insieme a confondere per formarne una sola, e concedendo che piaccia sommamente la utilità che negli oggetti apparisce, non per questo si toglie la difficoltà di far belli gli oggetti, essendo difficile il conoscere tutto ciò che meglio conduce a quel fine che ci siamo proposti. Questa diversità d'opinioni, delle quali niuna resta bastantemente comprovata, è cagione che alcuni si sieno indotti a credere che il bello sia affatto arbitrario, e tragga la sua origine più dal costume che da altro principio; e che la educazione e gli studi abbiano gran parte ne' nostri giudicii. In fatti, diranno essi, si approva in un secolo ciò che si disapprova in un altro; ed un Chinese avvezzo a riguardare con stima un certo genere di architettura, disprezzerà la forma delle fabbriche europee. Un tal discorso non merita d'essere approvato; essendo diretto a persuadere che s'abbandoni

qualunque studio, e chè tutto si commetta alla ventura. Bisogna però confessare essere sommamente difficile, se non impossibile, lo stabilire alcun principio evidente, da cui dedurre regole sicure; lo che proviene probabilmente da ciò, che la bellezza appartiene al senso, e le regole sono dettate dalla ragione, la quale non ha forse alcun rapporto, o alcuna misura col senso. In qualunque modo ciò sia, egli è certo che dovendo il pittore imitare e scegliere, potrà egli sperare una più sicura riuscita nella imitazione del vero, che nella scelta del bello, a cagione della incertezza in cui siamo, siccome abbiamo poc'anzi dimostrato. I pittori di figure e di paesi se non vorranno usare alcuna diligenza per scegliere il bello, e solo cercheranno d'imitare fedelmente il vero, potranno pretendere di soddisfare con ciò, almeno per la principal parte, al debito della loro professione, contenti di quella bellezza che si trova nelle opere della natura: ma i pittori di prospettiva, se vorranno eglino stessi farla da architetti, e non ricopiare fabbriche inventate da altri, dovendo immaginare lo stesso soggetto che vogliono poi rappresentare sulle tele, avranno maggior bisogno di conoscere ciò che sia la beltà nelle cose: onde volendo io qui esporre alcune mie riflessioni, sarà il discorso per lo più diretto a considerare quella bellezza che è propria delle opere d'architettura.

21. Parrà a prima vista che bello sia tutto quello che piace; e pure non è conforme all'uso il servirsi di questo vocabolo secondo

questa significazione. Dirassi bella una statua e bello un edificio, che oggetti sono della vista, come pure dirassi bello un suono, se sia grato all' orecchio; ma non dirassi bello un odore, quantunque piaccia. Che che ne sia dell' uso del parlare, certamente le cose che cadono sotto il senso del vedere e dell' udire, se piacciono, diconsi belle; pure non ostante potrebbesi instituire una questione, se sia conveniente servirsi sempre di un tal vocabolo quantunque volta piaccia un oggetto, e se il piacere possa derivare da altro principio. Sembrerà forse questa una questione di nome; poichè saranno alcuni disposti a chiamar bellezza quel principio, qualunque sia, da cui deriva in noi il piacere, e a chi dirà loro che piace ancora la bontà o sia la perfezione nell' oggetto, risponderanno essere bella la perfezione: ma sia pur bella quanto si vuole, se io considerando essa sola provo piacere, è segno che allora reca piacere la perfezione, e non la bellezza dell' oggetto. Se si raccoglie il sentimento del popolo sopra una fabbrica che sorprenda per la sua grandezza, pel piacere che ciascuno sente a restare sorpreso, e a vedere cosa inusitata e grande, la riguarda come bella; e per verità se non ha altro pregio, non merita che si dica se non ch' essa è grande, quando non si pretenda che sia beltà la grandezza. Per esempio, un portico che sia costrutto d' un gran numero d' archi, per quel piacere che si ha in vedere una lunga serie di pilastri o di colonne che fanno un vago aspetto di prospettiva, si dirà bello il portico; lo che forse niuno detto avrebbe,

che avesse solamente veduto un piccolo numero d'archi. Si esamini dunque se la forma di un arco solo piaccia, e allora si faccia applauso all'autore; perchè se altra bellezza non vi è nel portico che quella della lunghezza, niente per essa ha cooperato l'ingegno e l'arte; e col far grandi sarebbe ciascuno capace di far belli gli oggetti. Succede ancor spesse volte che una fabbrica per se stessa non piacerebbe, ma per essere costrutta di marmi scelti, e d'altri ornamenti arricchita, comparisce bella, e chi la vede se ne compiace. Essa dovrebbe dirsi ricca, e non bella; e quantunque dia diletto ad alcuni, è segno che essi si ricreano alla semplice vista di un ricco oggetto: ma questa sorta di bellezza non è in mano dell'architetto, nè a tutti è in potere nel costruire fabbriche il farle tali, e quelli che possono farle, si guardino di contentarsi di questo pregio, e di trascurare quella bellezza che nasce dalla proporzione e dalla disposizione delle parti, la quale non riceve pregio dalla materia. Ha recato un gran pregiudicio all'architettura l'amore che naturalmente tutti abbiamo per la novità. Questa inclinazione se ha potuto da principio invaghir gli uomini a perfezionare tutto ciò che serve all'uso e al piacere, e trarli da quella semplicità e rozzezza in cui posti gli avea la natura, la stessa inclinazione li fa poi traviare dal buon cammino, e invece di seguir l'ottimo dopo di averlo trovato, o d'esservi giunti appresso, se ne allontanano a segno, e a tali maniere si appigliano, che meglio sarebbe ricadere nella primiera semplicità. Per restar di ciò

persuasi basta riflettere ai progressi di qualunque arte, e particolarmente dell'architettura, oppure basta che esaminiamo noi stessi, e ci conosceremo talmente disposti, che giungiamo a vedere con indifferenza un oggetto, per quanto sia bello, se diviene a noi famigliare, e non troviamo piacere che non sia in qualche modo congiunto colla novità. Bisogna dunque essere cauti per non lasciarsi sedurre da questa novità, e dal piacere che da essa deriva, e procurarsi sul bel principio quella indifferenza ne' nostri giudicii che poi si acquisterebbe col tempo. Ora se la novità per se stessa tanto piace, quali lusinghe non avrà essa, se sarà accompagnata ad alcune di quelle forme che il volgo confonde coll'idea della beltà? Per qual ragione crederemo noi che abbia piaciuto prima dello ristabilimento della buona architettura un certo modo di costruire le fabbriche, così che paresse che ad ogni momento minacciassero rovina. Sottoponevano ad una gran mole colonne tanto piccole, che sembravano incapaci di sostenerla. Univano archi insieme che da una parte rimanevano senza sostegno. Studiavano insomma di far comparire una debolezza che non vi era, e di ostentare il massimo difetto che possa essere in un edificio. Forse la novità dell' oggetto unita alla difficoltà che si credeva nella esecuzione, e che in noi risveglia l'ammirazione, erano cagione che si applaudisse ad una apparenza che in vece del piacere avrebbe dovuto movere lo spavento e l'orrore: e sebbene queste passioni dell'animo servano anch'esse a dilettare, quando sono

mosse da finta cagione, in tal caso però non potrà dirsi che sia la cagione al soggetto conveniente. Un tal difetto, che è grande in una fabbrica, riuscirebbe in un certo modo più deforme in pittura: imperocchè nelle cose, che esistono, abbiamo almeno la esperienza che ci assicura della loro robustezza; ma non potendo l'esperienza valere nel dipinto, sarebbe giustamente ripreso un pittore di avere immaginato e di avere espresso in tela un oggetto che secondo il nostro giudicio fosse incapace di sussistere.

22. Chiunque troverà ragionevole doversi la bellezza in architettura ripetere da altri principii, non si contenterà di fare una fabbrica grande, ricca e sorprendente, ma vorrà farla bella. Sebbene abbiamo dimostrato quali sieno i pregiudicii che fanno riguardar come bello ciò che non è, o non è bellezza dell'arte, non perciò si conosce in che consista la vera beltà. Questa ricerca quanto è degna della curiosità dei filosofi, altrettanto è difficile; nè io pretendo di stabilire alcun sistema, ma più tosto, esponendo ciò che io penso, dare ad altri occasione di far nuove riflessioni.

23. Alcune semplici percezioni dell'animo ricreano e danno piacere senza che si formi alcun giudicio sopra di essi, o alcun rapporto con altre idee. Chi è, a cui non sia grato un suono, e un altro molesto; e non anteponga un colore ad un altro; e non ami la luce, e abborrisca le tenebre? A rendere ragione perchè ciò sia, sarebbe d'uopo conoscere pienamente le oscure affezioni e modificazioni del senso, e come per esso risenta

l'animo o molestia o piacere. E quando anche il filosofo giugnesse ad una perfetta cognizione di cose tanto astruse, non perciò gioverebbe a chi cerca con arte di ottenere il piacere; mentre non potrebbe far sì, che divenisse aggradevole ciò che dispiace. Deriva sovente il piacere o il dispiacere da un altro principio, cioè dalla combinazione di diverse idee. Due suoni, ciascuno de' quali fosse capace di movere una sensazione non disaggradevole, uniti insieme ponno divenire molesti. Molte linee, delle quali ciascuna ci presenta un oggetto indifferente, congiunte insieme o in un modo o in un altro formano diverse figure che non piacciono tutte egualmente. Ciò essendo, siccome infinite ponno essere le combinazioni delle idee, infiniti ancora saranno gli oggetti di piacere; e quelli che cercano un'arte per ottenerli, pare che ad altro non abbiano a rivolgere lo studio, che a scoprire le combinazioni favorevoli al nostro senso. Succede ancora, che prendiamo diletto nel contemplare un oggetto, perchè il troviamo buono, e ben adatto a quel fine per cui è stato fatto; e allora il piacere nasce da riflessione e da raziocinio sopra la perfezione che conosciamo, la quale propriamente dee chiamarsi bontà, e non bellezza. Il confondere insieme questi termini e queste idee ha dato occasione a molte vane questioni. Il Palladio, ove tratta degli abusi dell'architettura, condanna il costume introdotto di spezzare nel mezzo i frontispici delle finestre e delle porte, perchè essendo essi destinati a riparare la pioggia, si rendono inabili a quell'officio. Il motivo

dunque per cui si disapprovano, non è già perchè spezzati essi non sieno belli, potendo non ostante la forma essere vaga e leggiadra, ma perchè divenuti incapaci di servire al loro fine cessano d'essere buoni. Lo stesso dovrà dirsi di mille altri abusi che si fanno negli ornamenti d'architettura. Essendo la bellezza e la bontà singolar pregio di un edificio, parleremo prima dell'una e poi dell'altra.

24. Lasciando da parte le idee che piacciono per se stesse, io penso che la bellezza consista principalmente nell'ordine, quando però sia tale che facilmente da noi si comprenda. E primieramente considero ciò che ho più volte meco stesso considerato, che essendo descritta una curva con certa regola e legge costante, così che la posizione di qualunque punto resti determinata, o ciò si faccia per mezzo di una equazione conforme lo stile dei matematici, o per mezzo di uno strumento che obbedisca alla legge proposta, niuno si troverà che non riconosca qualche eleganza nella curva, e non si compiaccia in vederla descritta. Per lo contrario se taluno a capriccio, e lasciando operare la mano senza regola, descriverà una curva, sarà facile che essa riesca deforme e senza venustà. La curva descritta a capriccio non sarà a se stessa conforme, come appunto succederebbe qualora si unissero insieme archi di diverse curve, come di circolo, di parabola, o d'altro genere, e se ne formasse una sola curva, a cui mancherebbe quella legge che i filosofi chiamano di continnità. Mentre l'occhio scorresse sulla curva composta, come si è detto,

si farebbe qualche violenza alla immaginazione distogliendo l'animo ad un tratto da quella disposizione in cui posto l'avea l'andare della curva, e da ciò che si era proposto d'incontrare dopo di averne scorso una parte. Sappiamo che i pittori, che io riguardo come giudici della bellezza, trovano bella ed elegante la simmetria in tutto ciò che fa la natura. Un fiore, un albero e qualunque vegetabile come si forma egli? Quel meccanismo che regna per tutto, va disponendo con certe regole qualunque minima particella, di modo che nel composto vi si trova quella legge di continuità che abbiamo detto essere in una curva. Che se l'agricoltore vorrà regolare una pianta a modo suo usando quegli artificii che l'arte insegna per far che essa produca frutti migliori, diverrà la pianta più utile, ma non più bella, e perdendo la naturale disposizione delle sue parti, che dalla continuità non va disgiunta, sarà in quello stato un oggetto poco aggradevole ad un pittore, e reputato indegno di essere imitato in un quadro. In tutto ciò che serve al piacere pare che pregiudichi quella violenza che soffre la immaginazione, qualora s'interrompe l'ordine e la continuità. Ponno più degli altri di ciò far fede i maestri di musica, i quali passando con artificiose modulazioni da un tuono ad un altro preparano l'animo a poco a poco, acciò il suono non riesca aspro e molesto. Per la stessa ragione non potrà essere bello e chiaro un discorso, se le idee, che per esso si risvegliano le une dopo le altre, non hanno una certa corrispondenza fra loro, e se le precedenti non

preparano in qualche modo quelle che vengono dopo. Ma ritornando agli oggetti visibili, se la legge di continuità rende belli gli oggetti, i professori delle belle arti potranno studiare la bellezza osservando diligentemente le produzioni della natura, e assuefacendo gli occhi a quelle forme. Potrebbero forse sperare egual profitto dal descrivere molte di quelle infinite linee curve che la matematica addita colle sue equazioni. Questa scienza sebbene si mostri cotanto austera ai filosofi, sarà nulladimeno liberale nel somministrare nuove forme vaghe e leggiadre agli amatori della bellezza e del piacere. L'ordine, di cui si parla, non deve solamente intendersi in quelle parti che sono aderenti e fanno un tutto continuato, ma in quelle ancora che per intervalli sono separate fra loro. Su questo principio sono stabilite molte regole d'architettura, come per esempio, che le parti simili di un edificio vadano tutte a terminare alla stessa linea orizzontale; che fra le parti simili sieno eguali gli intervalli, et altre di questo genere. Mancando quella corrispondeza che nasce dall'ordine, oltrechè si farebbe qualche violenza alla immaginazione, si avrebbe maggiore difficoltà a ben concepire il tutto e a formarne idea, e noi troviamo piacere nella facilità di concepire le cose. Convengono tutti essere più elegante una figura regolare di una irregolare. Per esempio, un quadrato apparisce più bello di un trapezio. Da che mai può procedere questa differente bellezza in due figure semplicissime composte di sole line rette? Pretendono alcuni che ciò provenga dalla facilità

con cui si comprendono le proporzioni che si trovano tra i lati e gli angoli nell'una, e dalla difficoltà che s'incontra nell'altra; di modo che mi sarà facile, quando il voglia, immaginarmi un certo quadrato, ma se vorrò immaginarmi un dato trapezio, bisognerà che io richiami alla memoria la lunga serie di proporzioni che vi sono tra i lati e tra gli angoli. Un'altra ragione potrebbe addursi per provare che debba maggiormente piacere un quadrato di un trapezio. Non è già che io stimi di molta importanza il decidere sulla preferenza di quelle due figure, ma ciò servirà per meglio conoscere l'origine del piacere. Un oggetto che apparisce fatto con determinazione e consiglio, esige da noi stima maggiore di quella che esige un oggetto, a formare il quale niuna industria vi vuole, niuno studio, niun consiglio. Pare, secondo il nostro pensare, che non possa formarsi un quadrato senza che vi concorra una particolare industria o della natura o dell'arte; ma niuna ne apparisce per la formazione di un trapezio, che sembra poter nascere da una fortuita combinazione di quattro linee qualunque sieno. Nel primo trova la mente di che occuparsi nel riconoscere l'ordine che consiste nella eguaglianza delle linee e degli angoli; nell'altro, che non è astretto ad alcuna determinata proporzione, non resta luogo ad alcuno esame. Questi motivi faranno sì che io prenda qualche diletto nel contemplare un quadrato, e che lo riguardi come più bello di un trapezio; dal che si vede qual potere abbia l'ordine sopra le nostre inclinazioni. Per la stessa ragione i

filosofi che osservano diligentemente le produzioni della natura, se trovano un sasso che abbia una forma comune a qualche corpo organico di qualunque genere sia, o se ravvisano in esso certi lineamenti che paiono fatti con arte, tosto l'apprezzano e il credono degno dei loro musei. Chiunque considera i movimenti dei pianeti, e intende la legge delle loro velocità, le curve che essi descrivono, i rapporti che hanno i tempi delle loro rivoluzioni e le loro distanze, si sente rapito da un piacere sommo, e riconosce nel sistema una bellezza che ha del divino; ma se rivolge lo sguardo a contemplare la disposizione che hanno le stelle fisse, in quella sfera che agli occhi nostri apparisce, per quanto sia prevenuto per la nobiltà dell' oggetto, non chiamerà bella quella disposizione in cui non comprende alcun ordine, o alcuna ragione di essere tale, e che par fatta dal caso.

25. Oltre a quelle idee che piacciono per se stesse, o per quell' ordine che con facilità vi si scorge senza che soffra l'immaginazione alcuna violenza, io non trovo altra bellezza, poichè quando nasce il piacere dal riflettere come l'oggetto adempia le funzioni alle quali è destinato, allora si contempla la bontà e non la bellezza dell' oggetto, la quale bontà è di tanta importanza e commove l'animo con tanto potere, che io l'anteporrei alla stessa bellezza. Giacchè però la bellezza si manifesta come a colpo d'occhio a tutti quelli che hanno qualche senso per essa, e la bontà si manifesta a que' soli che con matura riflessione ragionano sopra

le cose, il desiderio che hanno gli autori di piacere ai più è cagione che poco si adoprino per ottenere la bontà, e solamente corrano dietro alla bellezza, la quale sembra tanto più facile da conseguire, quanto che molti pregiudicii stanno a suo favore, e fanno riguardar come bello ciò che non è. Ma della bellezza ho detto ciò che mi era proposto di dire: restami a parlare della bontà.

26. La bontà o sia la perfezione riguarda il fine per cui si fanno le cose, le quali si chiamano buone e perfette se adempiono compiutamente il loro officio, e servono al fine per cui sono fatte. Certamente sono buone e perfette le opere della natura, ma noi non conoscendone il fine, non possiamo nè meno intenderne la perfezione. Per lo contrario le opere che noi facciamo, e che si chiamano opere fatte dall'arte, di rado saranno buone per la difficoltà che vi è di conoscere i mezzi atti a conseguire il fine che noi stessi ci siamo proposto. Una casa o un palagio per essere buono deve essere comodo ad abitarsi, e vi si richiede in oltre solidità e convenienza. Quelli che sono spettatori poco interesse si prendono per il comodo, e pochi sono che esaminino sottilmente se l'architetto abbia provveduto al bisogno. Reca bensì meraviglia che l' abbiano per lo più trascurato quelli che hanno fatto costruire gli edifici per loro abitazione, e che la maggior parte dei palagi sembrino fatti unicamente per celebrarvi pubbliche feste, e per servire a un gran concorso di popolo. Le nazioni colte d'oltremonti sono state più diligenti in ciò, e noi

potremmo apprendere da esse il modo di abitare agiatamente. Gli Italiani sono forse troppo trasportati per le cose grandi; il perchè ciascun privato crede convenire alla sua domestica abitazione, non senza pregiudicio del comodo, quella magnificenza che converrebbe unicamente ai pubblici edifici. È ripreso da Cicerone un tal costume nel libro primo *de Officiis*. La casa, dice egli, deve essere d'ornamento al merito e al grado, ma non si deve ripetere tutto il merito e lo splendore dalla casa..... Un'ampia casa torna in disonore al padrone, se rimane solitaria. Molte riflessioni potrebbero farsi su questo proposito; ma io non voglio trattenermi in un esame che potrebbe riuscire troppo minuto e troppo alieno dal mio assunto.

27. Per ciò che appartiene alla solidità, chi non vede quanto importi che l'edificio sia costrutto in modo da non temersi il massimo pregiudicio, cioè quello di rovinare? Nè basta che l'edificio sia tale, ma bisogna ancora che apparisca per soddisfare chi lo vede; e in ciò parmi che ciascuno sia giudice così severo, che se conosce che manchi robustezza, o ve ne sia maggiore del bisogno, accusa l'architetto d'errore, essendo contrario alla perfezione non solo il difetto ma ancora l'eccesso. Sarebbe difficile, se non impossibile, al più eccellente meccanico l'assegnare in che consista questo eccesso e questo difetto, essendo il problema inviluppato per tante circostanze che non possono determinarsi. Dico bene che se il problema di trovare la solidità o robustezza, così che nè

eccesso nè difetto vi fosse, potesse assoggettarsi a quei calcoli che i matematici adoprano, oltre la bontà o la perfezione si otterrebbe ancor la bellezza; imperocchè dipendendo questa dalla corrispondenza delle parti, la quale trovasi ovunque regna quella legge di continuità che abbiamo detta, è forza che la bontà stabilita con tal precisione si tragga dietro ancor la bellezza. Parmi che a questo modo la intendesse Cicerone ove dice nel terzo libro *de Oratore*, che quelle cose che contengono in se stesse grandissima utilità, hanno ancora altrettanto di dignità e di bellezza. Lasciando da parte le opere della natura, e considerando quelle che sono fabbricate dall'arte, qual cosa, dice egli, è più necessaria ad una nave che i lati, la carena, la prora, la poppa, le antenne, le vele, gli alberi, le quali cose hanno tale venustà, che non sembrano inventate solamente per servire all'uso, ma ancora al piacere? In fatti qualora sia la nave ben costrutta al fine per cui è fatta, di modo che niuna parte o ecceda o manchi al bisogno, tale corrispondenza vi sarà tra le parti e tal proporzione, qual si richiede acciocchè regni per tutto la bellezza. Aggiugne in oltre che la necessità di scolare le acque che piovono, ha fatto al tempio di Giove Capitolino una cima o frontispicio, avendogli con ciò recato e dignità e bellezza: che se fosse il tempio trasportato in cielo, ove bisogno non vi sarebbe di difenderlo dalla pioggia, senza la cima perderebbe la sua dignità: con che insegna quel grande oratore a distinguere la bontà e la bellezza nelle cose,

e mostra di apprezzare contro il rigido parere di molti una bellezza senza utilità.

28. Essendo impossibile di definire in termini precisi la conveniente robustezza di un edificio, dovremo contentarci di ciò che ne insegna la esperienza, non trascurando certe regole generali che mostra la ragione. Qual cosa può esservi più conforme alla ragione di questa, che per conto della solidità debba essere il pieno sopra il pieno, e il vuoto sopra il vuoto; che la maggior robustezza sia nei fianchi, dovendo essi tenere insieme unite le altre parti; che ove sieno diversi ordini d'architettura, il più massiccio e pesante stia di sotto, e di sopra il più gentile e leggiero; che niente resti abbandonato e senza sostegno, oppure che niun sostegno vi sia senza bisogno? Da questa regola si rende manifesta la ragione per cui hanno biasimato i buoni architetti l'inalzare archi sopra colonne; imperocchè terminando il piede o imposta dell'arco in un quadrato, ed essendo la colonna rotonda, o il quadrato spunta fuori cogli angoli dalla circonferenza del circolo, che è sezione della colonna, e allora rimane senza sostegno una porzione dell'arco; o il quadrato resta inscritto nel circolo, e allora quattro sezioni del fuso della colonna rimangono inutili non avendo che sostenere, con che si manca alla perfezione in eccesso, ove nell'altro supposto si mancherebbe in difetto. Queste et altre regole si deducono dal medesimo principio, le quali sono le più importanti da osservarsi, come quelle che riguardano la debita solidità tanto necessaria ad un edificio.

29. Non è da disprezzarsi la convenienza. Per convenienza io intendo che l'edificio mostri d'essere quello che è, o si pretende che sia. L'architettura è nata dalla imitazione delle antiche e rozze capanne prime abitazioni degli uomini. Chiunque vorrà indagare la ragione per cui da principio si sieno indotti gli architetti ad usare gli ornamenti che si praticano, facilmente riconoscerà questa imitazione. Veggasi ciò che ne hanno scritto gli autori. Ci diranno essi che le colonne altro non sono che quei tronchi d'alberi piantati sul suolo per sostenere un coperto; che l'architrave fa le veci di un legno disteso orizzontalmente sopra i predetti tronchi; che il fregio corrisponde a quella mostra che farebbero le punte de' travicelli che formano la soffitta; che la cornice spunta fuori a guisa di un tetto per difendere l'abitazione dalla pioggia; e che la pendenza del tetto ha insegnato a costruire il frontispicio. In quanto poi alle parti più piccole io ben volentieri convengo nel sentimento di Leonbattista Alberti, *che l'architetto abbia preso dal pittor solo le cimase, i capitelli, le basi, e tutte le altre così fatte lodi degli edifici.* Chi usa degli ornamenti pregiudicando all'officio che debbono prestare per ben servire alla imitazione, contravviene alla convenienza e merita disapprovazione. Per esempio, alcuni architetti non hanno avuta difficoltà di far sì che una finestra interrompa un architrave; che se l'architrave fosse ciò che mostra di essere, non potrebbe più sostenersi, e però chi contravviene a questo modo alla

imitazione, sconvolge il sistema delle nostre idee, e se non altro offende l'apparente solidità, e questo basta perchè debba a ciascuno essere molesta una tale apparenza. Chi si avvezza a ragionare su tali principii, sa ancora l'abito di disapprovare questi difetti senza molta riflessione, e tosto sente quel dispiacere che provasi a vedere una cosa non buona. Per questa convenienza, di cui si parla, non ponnò tutti gli ornamenti convenire egualmente a qualunque edificio, il quale dovendo al di fuori mostrare per quanto può ciò che è, conforme al sentimento dei più valenti architetti, nell'esterno dovranno essere differentemente costrutti un tempio, un palagio, una dogana. Ponno ad un palagio convenire diversi ordini di architettura uno sopra l'altro corrispondenti ai diversi piani della interna abitazione, ma non si confanno ad un tempio che nell'interno non resta diviso. Una dogana esige maggior robustezza quale non converrebbe nè a un palagio nè a un tempio. Insomma bisogna procurare che una fabbrica riesca o gentile, o nobile, o robusta, o magnifica, secondo l'uso a cui è destinata. I Greci ridussero gli ordini a tre sole specie. Una di queste apparisce robusta, che fu detta dorica; una nobile, che dissero ionica; ed una gentile, che è la corintia; e di queste non se ne servivano indistintamente, ma quella sceglievano che alle circostanze meglio si convenisse. Si persuaderà taluno che per rendere magnifico un edificio giovino i molti ornamenti, e l'accoppiare insieme quanti ordini più si può d'architettura; e pure gli ornamenti, se sono

alquanto minuti, pregiudicano alla magnificenza, la quale io penso che consista in ciò, che sieno grandi le parti che compongono il tutto, siccome la bellezza dipende dalla loro proporzione. Sia pur grande quanto si vuole una fabbrica; per troppo dividerla riusciranno piccole le sue parti, e mentre l'occhio si ferma a contemplare ciascuna di esse, resterà l'animo occupato da idee corrispondenti a' piccoli oggetti; ma per lo contrario essendo le parti in minor numero, e per conseguenza di maggiore estensione, ovunque si fermerà l'occhio troverà che tutto parla a favore della grandezza e della magnificenza.

30. Trattandosi della bontà, non sembra difficile lo stabilire certi principii che servano di fondamento a ben operare; nel che però conviene usare moderazione, perchè a forza di sottigliezze si arriva a disapprovare ogni cosa. Un moderno Francese condanna nelle fabbriche gli archi e i pilastri, e altro non ammette che architravi e colonne; mentre un Italiano dichiarandosi a favore di quelli, vorrebbe questi sbanditi affatto dalla architettura. L'uno e l'altro s'interessa per la solidità della fabbrica, ma il raziocinio porta ciascuno a conseguenze affatto diverse. Io non voglio ora esaminare le ragioni dell'uno e dell'altro; dirò solamente che queste nuove opinioni, che tendono a distruggere l'antica e per tanto tempo approvata architettura, nascono dal quel principio che tutto debba riferirsi all'uso, e che s'abbia a disprezzare una bellezza che non porti seco qualche utilità; la quale bellezza, se move

l'animo al piacere, e serve a dilettare, non so perchè s'abbia a riguardar come inutile. Con questo modo di pensare ci riconducono a poco a poco alla primiera semplicità che tanto commendano, e vogliono far credere che in essa consista ogni beltà. Ma che intendono mai quelli che dicono non potere essere perfetta la bellezza, se non sia semplice? Imperocchè se più semplice dovrà dirsi quell'oggetto che meno è ornato, colà dove non fosse alcuno ornamento, ivi trovandosi la massima simplicità, vi sarebbe una perfetta bellezza; e per questo conto un muro schietto e privo di qualunque ornamento dovrebbe parer più bello di qualunque studiata architettura. Che se la semplicità riguarda più tosto quella corrispondenza fra le parti, per cui riesce a noi facile il comprendere l'ordine e il formare idea del tutto, allora la semplicità non dipenderà dal minor numero degli ornamenti; anzi se molti potessero accoppiarsi insieme senza recar confusione, si aggiungerebbe alla semplicità un maggior grado di bellezza. Conviene bensì avere riguardo che gli ornamenti non si oppongano alla bontà; perchè sebbene mancando questa non cessi d'essere bello l'oggetto, cesserà però d'esser buono; e noi sopra tutto dobbiamo cercare la bontà nelle cose. A' nostri giorni sono usciti dalle stampe libri in gran copia che trattano d'architettura, e pure l'architettura è molto decaduta da quella eccellenza in cui era ne' passati secoli. Che dovrà dunque dirsi? Che il ragionare pregiudichi all'arte? Io non voglio far questo torto alla ragione, e crederò più

tosto che ciò provenga da altra causa. La maggior parte de' libri che ora escono al pubblico, non sono scritti da' professori, ma da quelli che chiamansi dilettanti, lo studio de' quali non oltrepassa le astratte speculazioni della teorica; ma ne' passati secoli erano eglino stessi gli architetti e scrittori e filosofi. Manca agli uni la pratica, e quelle cognizioni che per essa si acquistano; e dall'altra parte molti de' professori moderni non sono troppo avvezzi a ragionare, persuasi che le astratte speculazioni sieno non solo superflue, ma nocive alla pratica. I primi più ingegnosi a promovere dubbi, che a risolverli non oserebbero intraprendere cosa alcuna per le molte difficoltà che incontrano per tutto; e i secondi, che omai ricusano di assoggettarsi a qualunque legge, credono troppo facile qualunque intrapresa. Fino a chè saranno divise queste facoltà, non vedremo risorgere le belle arti che sono state in decoro dell'Italia, come un tempo lo furono della Grecia.

INDICE

DELLE SEZIONI

E DELLE COSE PRINCIPALI
CHE IN ESSE SI CONTENGONO

SEZIONE I.

Che contiene le definizioni.

SEZIONE II.

Dell' Icnografia.

SEZIONE III.

Della Ortografia.

SEZIONE IV.

Della Prospettiva delle linee convergenti e delle linee parallele.

SEZIONE V.

Della Prospettiva delle ombre.

SEZIONE VI.

Della Prospettiva delle linee curve.

SEZIONE VII.

Della Prospettiva de' corpi regolari.

SEZIONE VIII.

Della Prospettiva delle soffitte e delle scene.

SEZIONE IX.

Metodo per descrivere in prospettiva qualunque oggetto senza valersi della pianta geometrica.

SEZIONE X.

Data la Prospettiva, si cerca il punto di veduta, la pianta geometrica e l'altezza vera dell'oggetto.

RAGIONAMENTO

sopra diverse questioni appartenenti alla Prospettiva.

ERRORI				CORREZIONI
Pag.	93 lin.	2	dal	del
	121 "	17	sotten-nerebbe	sottenderebbe

Z
X
O
Fig.30
H
ig.34
F
Q
C
B

A
B
5
3
6
1
Fig. 43.
A
B
Z
6
3
2
A
B

R
R
V
6 B